

CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

ThS. Lê Tấn Phong, Trường THPT Thực hành Sư phạm

4th February 2021

Lê Tấn Phong

Contents

II	NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG	3
1	NGUYÊN HÀM	4
1.1	LÝ THUYẾT	4
1.1.1	Khái niệm nguyên hàm và tính chất	4
1.1.2	Một số phương pháp tìm nguyên hàm	5
1.2	BÀI TẬP	9
1.2.1	Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm cơ bản	9
1.2.2	Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm từng phần	16
1.2.3	Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm bằng đổi biến số	23
1.2.4	Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm ẩn	27
2	TÍCH PHÂN	31
2.1	LÝ THUYẾT	31
2.1.1	Khái niệm tích phân	31
2.1.2	Tính chất của tích phân	31
2.1.3	Phương pháp tính tích phân	32
2.2	BÀI TẬP	33
3	ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN	58
3.1	LÝ THUYẾT	58
3.1.1	Diện tích hình phẳng	58
3.1.2	Thể tích vật thể và thể tích của khối tròn xoay	59
3.2	BÀI TẬP	61
3.2.1	Diện tích hình phẳng	61
3.2.2	Thể tích của vật thể tròn xoay	68
3.2.3	Quãng đường, vận tốc, gia tốc	72

Phần II

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG

Lê Tấn Phong

Bài 1

NGUYÊN HÀM

1.1 LÝ THUYẾT	4
1.1.1 Khái niệm nguyên hàm và tính chất	4
1.1.2 Một số phương pháp tìm nguyên hàm	5
1.2 BÀI TẬP	9
1.2.1 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm cơ bản	9
1.2.2 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm từng phần	16
1.2.3 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm bằng đổi biến số	23
1.2.4 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm ẩn	27

1.1 LÝ THUYẾT

1.1.1 Khái niệm nguyên hàm và tính chất

1.1.1.1 Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K là

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

, C là hằng số tùy ý.

1.1.1.2 Tính chất

Nếu $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên K và $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$. Khi đó:

$$\textcircled{1} \int f'(x)dx = f(x) + C; \int f''(x)dx = f'(x) + C, \dots$$

$$\textcircled{2} \int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \text{ với } k \text{ là số thực khác } 0.$$

$$\textcircled{3} \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$$

$$\textcircled{4} F'(x) = f(x).$$

1.1.1.3 Bảng nguyên hàm các hàm số thường gặp

- ① $\int 0 \cdot dx = C.$ $\rightarrow \int k \cdot dx = k \cdot x + C.$
- ② $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$ $\rightarrow \int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C.$
- ③ $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$ $\rightarrow \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C.$
- ④ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$ $\rightarrow \int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \frac{1}{ax+b} + C.$
- ⑤ $\int \sin x dx = -\cos x + C.$ $\rightarrow \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C.$
- ⑥ $\int \cos x dx = \sin x + C.$ $\rightarrow \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C.$
- ⑦ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$ $\rightarrow \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C.$
- ⑧ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$ $\rightarrow \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C.$
- ⑨ $\int e^x dx = e^x + C.$ $\rightarrow \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$
- ⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$ $\rightarrow \int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C.$

***Nhận xét:** Khi thay x bằng $ax + b$ trong bảng nguyên hàm cơ bản thì nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

***Công thức Vi phân:**

$$d(f(x)) = f'(x) \cdot dx$$

1.1.2 Một số phương pháp tìm nguyên hàm

1.1.2.1 Tìm nguyên hàm bằng bảng nguyên hàm

- ① Tích của các đa thức hoặc lũy thừa $\xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ khai triển.
- ② Tích của các hàm mũ $\xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ khai triển theo công thức mũ.
- ③ Chứa căn $\xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ chuyển về lũy thừa.
- ④ Tích các giá trị lượng giác bậc một của sin, cos $\xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ áp dụng công thức biến đổi tích sang tổng.

- $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$
- $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)].$
- $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)].$

⑤ Bậc chẵn theo sin và cos $\xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ hạ bậc:

• $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a.$

• $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a.$

⑥ Nguyên hàm của hàm số hữu tỷ $F(x) = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, với $P(x), Q(x)$ là các đa thức.

• Nếu bậc của tử $P(x) \geq$ bậc của mẫu $Q(x) \xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ Chia đa thức.

• Nếu bậc của tử $P(x) <$ bậc của mẫu $Q(x) \xrightarrow{\text{Phương pháp}}$ Phân tích $Q(x)$ thành tích số, rồi sử dụng đồng nhất thức để đưa $\frac{P(x)}{Q(x)}$ về tổng các phân thức.

Ví dụ:

1) $\int \frac{2x^2 + 3x + 4}{x^2 - x} dx = \int \left(2 - \frac{9}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx.$

2) $\int \frac{1}{x^2 + x} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx.$

3) $\int \frac{4}{x^2(2-x)} dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x-2} \right) dx.$

4) $\int \frac{2x + 5}{(x-1)(x^2 + 2x + 4)} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2 + 2x + 4} \right) dx.$

⑦ Một số dạng thường gặp.

• $\frac{px + q}{(ax + b)(cx + d)} = \frac{A}{ax + b} + \frac{B}{cx + d}$: đồng nhất thức, rồi suy ra A, B .

• $\frac{px^2 + qx + r}{(ax + b)^2(cx + d)} = \frac{A}{ax + b} + \frac{B}{(ax + b)^2} + \frac{C}{cx + d}$: đồng nhất thức, rồi suy ra A, B, C .

***Chú ý:** Nếu mẫu số không phân tích được thành tích thì xét tiếp phương pháp đổi biến số

1.1.2.2 Nguyên hàm từng phần

Định lý 1.1 (Công thức tính nguyên hàm từng phần)

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì

$$\int u(x).v'(x)dx = u(x).v(x) - \int v(x).u'(x)dx \text{ hay } \int u dv = uv - \int v du$$

• **Nhận dạng:** Tích của hai hàm khác loại với nhau, chẳng hạn $\int e^x \sin x dx, \int e^x \cos x dx, \int x \cdot \ln x dx, \dots$

• **Đặt** $\begin{cases} u = \xrightarrow{\text{Vi phân}} & du = \dots dx \\ dv = \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} & v = \dots \end{cases}$. Suy ra $I = \int u dv = uv - \int v du.$

• **Thứ tự ưu tiên chọn u :** log, đa thức, lượng giác, mũ và $dv =$ phần còn lại.

• **Chú ý:**

- i) Bậc của đa thức và bậc của ln tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.
- ii) Dạng $\int a^x \cdot \sin x dx, \int a^x \cdot \cos x dx$: là dạng nguyên hàm từng phần truy hồi (kết quả của nguyên hàm có xuất hiện lại nguyên hàm cần tìm)

Ví dụ: Tìm $F(x) = \int e^x \cdot \sin x dx$

Giải:

- Đặt $\begin{cases} u = \sin x \rightarrow du = \cos x dx \\ dv = e^x dx \rightarrow v = e^x \end{cases}$

- Khi đó: $F(x) = e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \cos x dx.$

- Tính $I = \int e^x \cos x dx.$

* Đặt $\begin{cases} u = \cos x \rightarrow du = -\sin x dx \\ dv = e^x dx \rightarrow v = e^x \end{cases}$

* Suy ra $I = e^x \cos x + \int e^x \sin x dx$

- Vì vậy

$$\int e^x \cdot \sin x dx = e^x \sin x - e^x \cdot \cos x - \int e^x \sin x dx \implies 2 \int e^x \sin x dx = e^x (\sin x - \cos x)$$

- Vậy $F(x) = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + C.$

1.1.2.3 Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

Định lý 1.2 (Tìm nguyên hàm bằng cách đổi biến)

Cho $\int f(u) du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

Mệnh đề 1.1 (Một số dạng đổi biến thường gặp)

① $I = \int f[(ax + b)^n] \cdot x dx \xrightarrow{PP} t = ax + b \implies dt = a \cdot dx$

② $I = \int \left(\frac{x^n}{a \cdot x^{n+1} + 1} \right)^m \cdot dx \xrightarrow{PP} t = x^{n+1} + 1 \implies dt = (n + 1) \cdot x^n dx, \text{ với } m, n \in \mathbb{Z}.$

③ $I = \int \sqrt[n]{f(x)} \cdot f'(x) dx \xrightarrow{PP} t = \sqrt[n]{f(x)} \implies t^n = f(x) \implies n \cdot t^{n-1} dt = f'(x) \cdot dx$

④ $\begin{cases} I = \int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx \\ I = \int f(a + b \ln x) \cdot \frac{1}{x} dx \end{cases} \xrightarrow{PP} \begin{cases} t = \ln x \implies dt = \frac{1}{x} dx \\ t = a + b \ln x \implies dt = \frac{b}{x} dx \end{cases}$

$$\textcircled{5} \quad I = \int f(e^x) \cdot e^x dx \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt} \begin{cases} t = e^x \implies dt = e^x dx \\ t = a + be^x \implies dt = b \cdot e^x dx \end{cases}$$

$$\textcircled{6} \quad I = \int f(\cos x) \cdot \sin x dx \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt} \begin{cases} t = \cos x \implies dt = -\sin x dx \\ t = a + b \cos x \implies dt = -b \sin x dx \end{cases}$$

$$\textcircled{7} \quad I = \int f(\sin x) \cdot \cos x dx \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt} \begin{cases} t = \sin x \implies dt = \cos x dx \\ t = a + b \sin x \implies dt = b \cos x dx \end{cases}$$

$$\textcircled{8} \quad I = \int f(\tan x) \cdot \frac{dx}{\cos^2 x} \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt } t = \tan x \implies dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx$$

$$\textcircled{9} \quad I = \int f(\cot x) \cdot \frac{dx}{\sin^2 x} \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt } t = \cot x \implies dt = \frac{-1}{\sin^2 x} dx = -(1 + \cot^2 x) dx$$

Mệnh đề 1.2 (Một số dạng đổi biến thường gặp của hàm hợp)

$$\textcircled{1} \quad \int f^n(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{n+1} f^{n+1}(x) + C, \text{ với } n \in \mathbb{Z}, n \neq -1.$$

$$\textcircled{2} \quad \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = -\frac{1}{f(x)} + C$$

$$\textcircled{3} \quad \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$$

$$\textcircled{4} \quad \int \sqrt[n]{a \cdot f(x) + b} \cdot f'(x) dx \xrightarrow{\text{PP}} \text{Đặt } t = \sqrt[n]{a \cdot f(x) + b} \implies t^n = a \cdot f(x) + b \xrightarrow{\text{Vi phân}}$$

1.1.2.4 Nguyên hàm của một số hàm thường gặp

$$\textcircled{1} \quad \int \sqrt{x} \cdot dx = \frac{2}{3} x \cdot \sqrt{x} + C.$$

$$\textcircled{2} \quad \int \sqrt{ax + b} \cdot dx = \frac{2}{3a} (ax + b) \sqrt{ax + b} + C$$

$$\textcircled{3} \quad \int \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot dx = 2\sqrt{x} + C$$

$$\textcircled{4} \quad \int \frac{1}{\sqrt{ax + b}} \cdot dx = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b} + C$$

$$\textcircled{5} \quad \int \frac{1}{ax + b} \cdot dx = \frac{1}{a} \ln|ax + b| + C$$

$$\textcircled{6} \quad \int \frac{1}{x^2 - a^2} \cdot dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C$$

$$\textcircled{7} \quad \int \frac{1}{x^2 + a^2} \cdot dx = \frac{1}{a} \arctan \left(\frac{x}{a} \right) + C$$

1.1.2.5 Tìm hàm ẩn thường gặp

1. Nếu $f(x)$ thỏa $f'(x) + p(x).f(x) = q(x)$ thì nhân hai vế cho $e^{\int p(x)dx}$. Khi đó $f(x)$ được xác định bởi:

$$f(x).e^{\int p(x)dx} = \int q(x).e^{\int p(x)dx} dx$$

. **Ví dụ:** $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) + f(x) = e^x$. Khi đó nhân 2 vế cho e^x ta được $f'(x).e^x + f(x).e^x = e^{2x} \iff (f(x).e^x)' = e^{2x}$. Lấy nguyên hàm hai vế ta được: $f(x).e^x = \frac{1}{2}.e^{2x} + C$. Từ đó suy ra $f(x)$.

1.2 BÀI TẬP

1.2.1 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm cơ bản

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$

- A. $x^3 + C$. B. $\frac{x^3}{3} + x + C$. C. $6x + C$. D. $x^3 + x + C$.

.....

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm nguyên hàm $G(x) = \int [3f(x) + 2^\pi] dx$.

- A. $G(x) = 3F(x) + 2^\pi x + C$. B. $G(x) = 3F(x) + 2^\pi + C$.
 C. $G(x) = 3F(x) + \frac{2^\pi}{\ln \pi} + C$. D. $G(x) = 3xF(x) + 2^\pi x + C$.

.....

Câu 3. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2017)$.

- A. $T = 1009.\frac{2^{2017} + 1}{\ln 2}$. B. $T = 2^{2017.2018}$. C. $T = \frac{2^{2017} - 1}{\ln 2}$. D. $T = \frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$.

.....

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$

- A. $x^4 + x^2 + C$. B. $3x^2 + 1 + C$. C. $x^3 + x + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

.....

Câu 5. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int k.f(x)dx = k. \int f(x)dx$, với $k \in \mathbb{R}$.
 B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1}.x^{\alpha+1} + C$, với $\alpha \neq -1$.

D. $\left(\int f(x).dx\right)' = f(x).$

.....

.....

Câu 6. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1).$

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1).$

.....

.....

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

B. $\int a^x dx = \frac{1}{x+1} a^{x+1} + C, \text{ với } 0 < a \neq 1, x \neq -1.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

.....

.....

Câu 8. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} , trong các khẳng định sau đây khẳng định nào **sai**?

A. $\int k.f(x)dx = k. \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}.$

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

C. $\int f'(x)dx = f(x) + C, \text{ với } C \text{ là hằng số.}$

D. $\left(\int f(x).dx\right)' = f(x).$

.....

.....

Câu 9. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x).dx.$

B. $\int 2.f(x)dx = 2 \int f(x)dx.$

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

.....

.....

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln x + C.$

B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C.$

C. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

D. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln^2 x + C.$

Câu 17. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên tập xác định. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

B. $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

C. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \neq 0).$

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Tính $P = f(-1) + f(3)$.

A. $P = 4 + \ln 5.$

B. $P = 2 + \ln 15.$

C. $P = 3 + \ln 15.$

D. $P = \ln 15.$

Câu 19. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{1}{5x-2} dx = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C.$

B. $\int \frac{1}{5x-2} dx = -\frac{1}{2} \ln (5x-2) + C.$

C. $\int \frac{1}{5x-2} dx = 5 \ln |5x-2| + C.$

D. $\int \frac{1}{5x-2} dx = \ln |5x-2| + C.$

Câu 20. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 21. Gọi $\int 2021^{2x} dx = F(x) + C$, với C là hằng số. Khi đó hàm số $F(x)$ bằng

A. $\frac{2021^{2x}}{\ln 2021}.$

B. $\frac{2021^x}{2 \ln 2021}.$

C. $\frac{2021^{2x}}{2 \ln 2021}.$

D. $\frac{x \cdot 2021^{2x-1}}{\ln 2021}.$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C.$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$
 C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C.$ D. $\int \cos 3x dx = \cos 3x + C.$

Câu 23. Tìm nguyên hàm của $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$ B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$
 C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$ D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5.$ B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2.$
 C. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2.$ D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15.$

Câu 25. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2019^x - \frac{1}{(2x+1)^2}$ (với C là hằng số tùy ý)

- A. $\int f(x) dx = \frac{2019^x}{\ln 2019} + \frac{1}{2(2x+1)} + C.$ B. $\int f(x) dx = \frac{2019^x}{\ln 2019} - \frac{1}{2(2x+1)} + C.$
 C. $\int f(x) dx = 2019^x \cdot \ln 2019 + \frac{1}{2x+1} + C.$ D. $\int f(x) dx = \frac{2019^{x+1}}{x+1} + \frac{1}{2(2x+1)} + C.$

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

- A. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C.$ B. $2e^x + \tan x + C.$ C. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C.$ D. $2e^x - \tan x + C.$

Câu 27. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 3f(2x) + \frac{1}{e^x} - 1$.

- A. $\int g(x) dx = \frac{3}{2} F(2x) - \frac{1}{e^x} - x + C.$ B. $\int g(x) dx = 3F(2x) - \frac{1}{e^x} - x + C.$
 C. $\int g(x) dx = 6.F(2x) + \frac{1}{e^x} - x + C.$ D. $\int g(x) dx = \frac{3}{2} F(2x) - \frac{1}{e^x} - 1 + C.$

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\tan x + \cot x + C.$ B. $\int f(x)dx = \tan x + \cot x + C.$
 C. $\int f(x)dx = -(\tan x + \cot x) + C.$ D. $\int f(x)dx = \tan x - \cot x + C.$
-
-

Câu 36. Cho $f(x)$ là hàm số thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{4}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x), \forall x \in (0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $-8 < f(1) < -5.$ B. $-1 < f(1) < 2.$ C. $-3 < f(1) < 0.$ D. $-6 < f(1) < -3.$
-
-

Câu 37. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x-1)}$.

- A. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$ B. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$
 C. $\int f(x)dx = \ln |(x-2)(x-1)| + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln |2-x| - \ln |x-1| + C.$
-
-

Câu 38. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x - 2 \tan x - \frac{1}{\tan^2 x} + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + 2 \tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C.$
 C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$
-
-

Câu 39. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

- A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + C.$
 C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$
-
-

Câu 40. Giả sử hàm số $f(x) = (ax^2 + bx + c) e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x(1-x) e^{-x}$. Tính $S = a + 2b + 2015c$.

- A. $S = 2015.$ B. $S = 2018.$ C. $S = -2017.$ D. $S = 2017.$
-
-

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 41. Biết rằng $\int \frac{x-3}{x^2-2x+1} dx = a \cdot \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\frac{a}{2b} = -\frac{1}{2}$. B. $\frac{b}{a} = 2$. C. $\frac{2a}{b} = -1$. D. $a = 2b$.

.....

.....

Câu 42. Giả sử $F(x) = \int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ với $F(0) = \ln 2$. Khi đó tập nghiệm của phương trình $F(x) = \ln(e^{x^2} + 1)$ là

A. $S = \{0; 1\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \emptyset$.

.....

.....

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{1-x}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(5)$.

A. $f(5) = 2 \ln 2$. B. $f(5) = \ln 4 + 1$. C. $f(5) = -2 \ln 2 + 1$. D. $f(5) = -2 \ln 2$.

.....

.....

Câu 44. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$.

.....

.....

Câu 45. Cho $F(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C$. Khi đó $3a + b$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

.....

.....

1.2.2 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm từng phần

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn hệ thức $\int f(x) \cdot \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x \cdot \cos x dx$. Hỏi $f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln 2} + C$. B. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. $f(x) = \pi^x \ln \pi$. D. $f(x) = -\pi^x \ln \pi$.

.....

.....

Câu 47. Tìm nguyên hàm $I = \int (2x-1)e^{-x} dx$.

A. $I = -(2x+1)e^{-x} + C$. B. $I = -(2x-1)e^{-x} + C$.

C. $-(2x + 3)e^{-x} + C.$

D. $-(2x - 3)e^{-x} + C.$

Câu 48. Tìm nguyên hàm $I = \int x \ln(2x - 1) dx.$

A. $I = \frac{4x^2 - 1}{8} \ln|2x - 1| + \frac{x(x + 1)}{4} + C.$

B. $I = \frac{4x^2 - 1}{8} \ln|2x - 1| - \frac{x(x + 1)}{4} + C.$

C. $I = \frac{4x^2 + 1}{8} \ln|2x - 1| + \frac{x(x + 1)}{4} + C.$

D. $I = \frac{4x^2 + 1}{8} \ln|2x - 1| - \frac{x(x + 1)}{4} + C.$

Câu 49. Tìm nguyên hàm $I = \int (x - 1) \sin 2x dx.$

A. $I = \frac{(1 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$

B. $I = \frac{(2 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$

C. $I = \frac{(1 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$

D. $I = \frac{(2 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$

Câu 50. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x.$

A. $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C.$

C. $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Câu 51. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{\frac{x}{2}}$ và $f(0) = -1.$ Tính $F(4).$

A. $F(4) = 3.$

B. $F(4) = \frac{7}{4}e^2 - \frac{3}{4}.$

C. $F(4) = 4e^2 + 3.$

D. $F(4) = 4e^2 - 3.$

Câu 52. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F(0) = 0.$ Tính $F(\pi).$

A. $F(\pi) = -1.$

B. $F(\pi) = \frac{1}{2}.$

C. $F(\pi) = 1.$

D. $F(\pi) = 0.$

Câu 53. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2.e^{x^3+1}.$

A. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C.$

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 54. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int x.e^x dx = e^x + xe^x + C.$

B. $\int x.e^x dx = xe^x - e^x + C.$

C. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + C.$

D. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C.$

Câu 55. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5).$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2}).$

Câu 56. Biết $\int x.e^{2x} dx = a.xe^{2x} + b.e^{2x} + c$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính tích $a.b$.

A. $a.b = -\frac{1}{4}.$

B. $a.b = \frac{1}{4}.$

C. $a.b = -\frac{1}{8}.$

D. $a.b = \frac{1}{4}.$

Câu 57. Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.

A. $a = 1; b = 1; c = -1.$

B. $a = -1; b = 1; c = 1.$

C. $a = -1; b = 1; c = -1.$

D. $a = 1; b = 1; c = 1.$

Câu 58. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^{2x}$.

A. $\int f'(x).e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C.$

B. $\int f'(x).e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C.$

C. $\int f'(x).e^{2x} dx = -x^2 + x + C.$

D. $\int f'(x).e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C.$

Câu 59. Cho $F(x) = (x - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^{2x}$.

A. $\int f'(x).e^{2x} dx = (x - 2)e^x + C.$

B. $\int f'(x).e^{2x} dx = \frac{2-x}{x}.e^x + C.$

C. $\int f'(x).e^{2x} dx = (2 - x)e^x + C.$

D. $\int f'(x).e^{2x} dx = (4 - 2x)e^x + C.$

Câu 60. Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x). \ln x$.

A. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C.$

B. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C.$

C. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C.$

D. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C.$

Câu 61. Cho $F(x) = -\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot \ln x$.

A. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C.$

B. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C.$

D. $\int f'(x) \cdot \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C.$

Câu 62. Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot (x^3 + 1)$.

A. $\int f'(x) \cdot (x^3 + 1) dx = 4x + \frac{2}{x^2} + C.$

B. $\int f'(x) \cdot (x^3 + 1) dx = 4x - \frac{2}{x^2} + C.$

C. $\int f'(x) \cdot (x^3 + 1) dx = -4x - \frac{2}{x^2} + C.$

D. $\int f'(x) \cdot (x^3 + 1) dx = x + \frac{2}{x^2} + C.$

Câu 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot e^x$.

A. $\int f(x) dx = x^2 \cdot e^x + C.$

B. $\int f(x) dx = x \cdot e^x + C.$

C. $\int f(x) dx = (x + 1) \cdot e^x + C.$

D. $\int f(x) dx = (x - 1) \cdot e^x + C.$

Câu 64. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C.$

B. $\int f(x) dx = x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2 + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$

D. $\int f(x) dx = x \ln x + \frac{1}{2}x + C.$

Câu 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln(2x)$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln(2x) - x^2 + C.$

B. $\int f(x) dx = x^2 \ln(2x) - \frac{1}{2}x^2 + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} (\ln 2x - 1) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \left(\ln 2x - \frac{1}{2}\right) + C.$

Câu 66. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{\frac{x}{2}}$ thỏa $f(0) = -1$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 3$. B. $F(4) = \frac{7e^2}{4} - \frac{3}{4}$. C. $F(4) = 4e^2 + 3$. D. $F(4) = 4e^2 - 3$.
-
-

Câu 67. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln(x + 2)$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{4} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 4}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 - 4x}{4} + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{2} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 4}{2} \ln(x + 2) - \frac{x^2 + 4x}{2} + C$.
-
-

Câu 68. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = (x + 1)e^x$ và $\int f(x)dx = (a \cdot x + b)e^x + c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Tính $a + b$.

- A. $a + b = 0$. B. $a + b = 3$. C. $a + b = 2$. D. $a + b = 1$.
-
-

Câu 69. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln(2x - 1)$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{4x^2 - 1}{8} \ln|2x - 1| + \frac{x(x + 1)}{4} + C$.
- B. $\int f(x)dx = \frac{4x^2 - 1}{8} \ln|2x - 1| - \frac{x(x + 1)}{4} + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{4x^2 + 1}{8} \ln|2x - 1| + \frac{x(x + 1)}{4} + C$.
- D. $\int f(x)dx = \frac{4x^2 + 1}{8} \ln|2x - 1| - \frac{x(x + 1)}{4} + C$.
-
-

Câu 70. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 1) \sin 2x$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{(1 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{(2 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{(1 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{4} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{(2 - 2x) \cos 2x + \sin 2x}{4} + C$.
-
-

Câu 71. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x + 1) \cos x$.

- A. $\int f(x)dx = (x + 1) \sin x - \cos x + C$. B. $\int f(x)dx = (x + 1) \sin x + \cos x + C$.
- C. $\int f(x)dx = -(x + 1) \sin x - \cos x + C$. D. $\int f(x)dx = -(x + 1) \sin x + \cos x + C$.
-
-

Câu 72. Biết $\int x.e^{2x}dx = a.xe^{2x} + b.e^{2x} + c$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính tích $a.b$.

- A. $a.b = -\frac{1}{4}$. B. $a.b = \frac{1}{4}$. C. $a.b = -\frac{1}{8}$. D. $a.b = \frac{1}{4}$.
-
-

Câu 73. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn hệ thức $\int f(x). \sin x dx = -f(x) \cos x + \int \pi^x . \cos x . dx$. Hỏi $f(x)$

là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $f(x) = -\frac{\pi^x}{\ln 2} + C$. B. $f(x) = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. $f(x) = \pi^x \ln \pi$. D. $f(x) = -\pi^x \ln \pi$.
-
-

Câu 74. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln(x + 1)$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 1}{2} \ln(x + 1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{x}{2} + C$.
- B. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 1}{2} \ln(x + 1) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{x}{2} + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{x^2 - 1}{2} \ln(x + 1) + \frac{1}{4}x^2 - \frac{x}{2} + C$.
- D. $\int f(x)dx = \frac{x^2 + 1}{2} \ln(x + 1) + \frac{1}{4}x^2 - \frac{x}{2} + C$.
-
-

Câu 75. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int x.e^x dx = e^x + x.e^x + C$. B. $\int x.e^x dx = xe^x - e^x + C$.
- C. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + C$. D. $\int x.e^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.
-
-

Câu 76. Biết $\int x \cos 2x dx = a . \cos 2x + b . x \sin 2x + C$, với a, b là các phân số tối giản. Tính $S = a + b$.

- A. $S = \frac{3}{8}$. B. $S = \frac{1}{4}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = -\frac{1}{2}$.
-
-

Câu 77. Cho hàm số $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x^3}$. Tìm $\int f'(x) \ln x dx$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = x \ln x - \frac{x^2}{2} + C$. B. $\int f'(x) \ln x dx = x^2 \ln x - x + C$.
- C. $\int f'(x) \ln x dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + C$.
-
-

Câu 78. Biết $\int (x + 1).e^{3x} dx = a.xe^{3x} + b.e^{3x} + c$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính tích $a.b$.

- A. $a.b = \frac{2}{3}$. B. $a.b = \frac{2}{9}$. C. $a.b = \frac{2}{27}$. D. $a.b = \frac{1}{27}$.
-
-

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn hệ thức $\int f(x) \cos x dx = f(x) \sin x - \int 3^x \cdot \sin x dx$. Hỏi $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $f(x) = 3^x$. B. $f(x) = 3^x \cdot \ln 3$. C. $f(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $f(x) = -\frac{3^x}{\ln 3}$.
-
-

Câu 80. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 3x}$ và $F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{6\pi - 1}{3}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{3} + 2\pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{3} + 2\pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{8}{3} + 2\pi$.
-
-

Câu 81. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^x$.

- A. $\int f(x) dx = (x - 1)e^x + C$. B. $\int f(x) dx = (x + 1)e^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = x.e^x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x}{x + 1}e^{x+1} + C$.
-
-

Câu 82. Cho $F(x) = -\frac{1}{4x^4}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^4} - \frac{1}{4x^4} + C$. B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^4} + \frac{1}{4x^4} + C$.
 C. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^5} + \frac{1}{4x^4} + C$. D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^5} - \frac{1}{4x^4} + C$.
-
-

Câu 83. Cho $F(x) = (x + 2)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{3x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{3x}$.

- A. $\int f'(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}(2x + 7)e^x + C$. B. $\int f'(x)e^{3x} dx = (4x + 9)e^x + C$.
 C. $\int f'(x)e^{3x} dx = +C$. D. $\int f'(x)e^{3x} dx = (-2x - 3)e^x + C$.
-
-

Câu 84 (TN-2020-Đ1). Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là
 A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

1.2.3 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm bằng đổi biến số

Câu 85. Biết $\int f(t)dt = t^2 + 3t + C$. Tính $\int f(\sin 2x) \cos 2x dx$.

- A. $\int f(\sin 2x) \cos 2x dx = 2 \sin^2 x + 6 \sin x + C$.
- B. $\int f(\sin 2x) \cos 2x dx = 2 \sin^2 2x + 6 \sin 2x + C$.
- C. $\int f(\sin 2x) \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin^2 2x + \frac{3}{2} \sin 2x + C$.
- D. $\int f(\sin 2x) \cos 2x dx = \sin^2 2x + 3 \sin 2x + C$.

Câu 86. Biết rằng $\int f(x) dx = 2x \ln(3x-1) + C$, với $x \in (\frac{1}{3}; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\int f(3x) dx = 6x \ln(9x-1) + C$.
- B. $\int f(3x) dx = 6x \ln(3x-1) + C$.
- C. $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x-1) + C$.
- D. $\int f(3x) dx = 3x \ln(9x-1) + C$.

Câu 87. Cho $I = \int x^3(4x^4-3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4-3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$.
- B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$.
- C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$.
- D. $I = \int u^5 du$.

Câu 88. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x+2}$ là

- A. $e^x - 2 \ln(e^x + 2)$.
- B. $e^{2x} - e^x$.
- C. $e^x + 2 \ln(e^x + 2)$.
- D. $\ln(e^x + 2)$.

Câu 89. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x}$ là

- A. $\ln|e^x + e^{-x}| + C$.
- B. $\frac{1}{e^x - e^{-x}} + C$.
- C. $\ln|e^x - e^{-x}| + C$.
- D. $\frac{1}{e^x + e^{-x}} + C$.

Câu 90. Cho $I = \int x(1-x^2)^{10} dx$. Bằng cách đặt $u = 1-x^2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int 2u^{10} du$. B. $I = -2 \int u^{10} du$. C. $I = -\frac{1}{2} \int u^{10} du$. D. $I = \frac{1}{2} \int u^{10} du$.

Câu 91. Cho $I = \int \frac{x}{\sqrt{4x+1}} dx$. Bằng cách đặt $t = \sqrt{4x+1}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{8} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) + C$. B. $I = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) + C$.
 C. $I = \frac{1}{8} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) + C$. D. $I = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) + C$.

Câu 92. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2\cos x} \cdot \sin x$.

- A. $\int f(x) dx = 2e^{-2\cos x} + C$. B. $\int f(x) dx = -2e^{-2\cos x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{-2\cos x} + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2}e^{-2\cos x} + C$.

Câu 93. Tìm hằng số a để hàm số $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$ có một nguyên hàm là

$F(x) = a \cdot \ln(\sqrt{x} + 1) + 5$.

- A. $a = 2$. B. $a = 3$. C. $a = 1$. D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 94. Tìm nguyên hàm $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx$.

- A. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$. B. $\cos^3 x + C$. C. $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$. D. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$.

Câu 95. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi - \frac{1}{4}$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi + \frac{1}{4}$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Câu 96. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ và $F(e) = 3$. Tính $F(e^2)$.

- A. $F(e^2) = 3 + 2 \ln 2$. B. $F(e^2) = 3 + \ln 2$. C. $F(e^2) = 1 + 2 \ln 3$. D. $F(e^2) = 3 - \ln 2$.

Câu 97. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cot x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \ln 2$.

C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + \ln 2$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(e; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$ và $f(e^2) = 0$. Tính $f(e^4)$.

A. $f(e^4) = \ln 2$.

B. $f(e^4) = -\ln 2$.

C. $f(e^4) = 3 \ln 2$.

D. $f(e^4) = 2$.

Câu 99. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2f(3x) + e^{2x} - 1$.

A. $\int g(x)dx = \frac{2}{3}F(3x) + \frac{1}{2}e^{2x} - x + C$.

B. $\int g(x)dx = 2F(3x) + \frac{1}{2}e^{2x} - x + C$.

C. $\int g(x)dx = 6.F(3x) + 2.e^{2x} - x + C$.

D. $\int g(x)dx = \frac{2}{3}F(3x) + \frac{1}{2}e^{2x} - 1 + C$.

Câu 100. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2 \cos x} \cdot \sin x$.

A. $\int f(x)dx = 2e^{-2 \cos x} + C$.

B. $\int f(x)dx = -2e^{-2 \cos x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{-2 \cos x} + C$.

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{-2 \cos x} + C$.

Câu 101. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$.

B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 102. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2 \cos x - 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0; \pi)$ là $\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$.

B. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$.

D. $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$.

Câu 103. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x - 2 \tan x - \frac{1}{\tan^2 x} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + 2 \tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C$.
 C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan^2 x - \frac{1}{\tan x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C$.

Câu 104. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^5 x \cdot \sin x$.

- A. $-\frac{1}{6} \cos^6 x + C$. B. $-\frac{1}{6} \sin^6 x + C$. C. $\frac{1}{6} \cos^6 x + C$. D. $-\frac{1}{4} \cos^4 x + C$.

Câu 105. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x(x^2 + 1)^4$ thỏa mãn $F(1) = 6$.

- A. $F(x) = \frac{x^2(x^2 + 1)^5}{5} - \frac{2}{5}$. B. $F(x) = \frac{(x^2 + 1)^5}{5} - \frac{2}{5}$.
 C. $F(x) = \frac{x^2(x^2 + 1)^5}{5} + \frac{2}{5}$. D. $F(x) = \frac{(x^2 + 1)^4}{4} - \frac{2}{5}$.

Câu 106. Tính $F(x) = \int \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx$

- A. $F(x) = xe^x + 1 + \ln|x \cdot e^x + 1| + C$. B. $F(x) = xe^x - \ln|x \cdot e^x + 1| + C$.
 C. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|x \cdot e^{-x} + 1| + C$. D. $F(x) = e^x + 1 + \ln|x \cdot e^x + 1| + C$.

Câu 107. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\int 2xf(x^2) \cdot dx = F(x^2) + C$. B. $\int f(2x) \cdot dx = \frac{1}{2}F(2x) + C$.
 C. $\int e^x \cdot f(e^x) \cdot dx = F(e^x) + C$. D. $\int \sin x \cdot f(\cos x) \cdot dx = F(\cos x) + C$.

Câu 108. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\int \sin x \cdot f(\cos x) \cdot dx = F(\cos x) + C$. B. $\int \sin x \cdot f(2x) \cdot dx = F(2x) + C$.
 C. $\int \sin x \cdot f\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot dx = F\left(\frac{1}{2}x\right) + C$. D. $\int \cos x \cdot f(\sin x) \cdot dx = F(\sin x) + C$.

Câu 109. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên \mathbb{R} của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2 + 1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1 - 2^{2017}}{2^{2018}}$. C. $m = \frac{2^{2017} + 1}{2^{2018}}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 110. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$, kết quả nào sau đây sai?

- A. $2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$. B. $2^{\sqrt{x}} + C$. C. $2^{\sqrt{x}+1} + C$. D. $2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$.

Câu 111. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{dx}{x\sqrt{2\ln x + 1}}$.

- A. $F(x) = 2\sqrt{2\ln x + 1} + C$. B. $F(x) = \sqrt{2\ln x + 1} + C$.
 C. $F(x) = \frac{1}{4}\sqrt{2\ln x + 1} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2\ln x + 1} + C$.

1.2.4 Bài tập trắc nghiệm nguyên hàm ẩn

Câu 112. Giả sử hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x).f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

- A. $\frac{313}{15}$. B. $\frac{332}{15}$. C. $\frac{324}{15}$. D. $\frac{323}{15}$.

Câu 113. Giả sử hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{11}{6}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{9}$. D. $-\frac{7}{6}$.

Câu 114. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.f(x)$, $f(0) = 1$. Khi đó $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng

- A. (2; 3). B. (7; 9). C. (0; 1). D. (9; 12).

Câu 115. Cho hàm số $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, $f(0) = 1$ và $f(x) = \sqrt{x+1}.f'(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $4 < f(3) < 6$. B. $f(3) < 2$. C. $2 < f(3) < 4$. D. $f(3) > 6$.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f'(x) = (6x - 3x^2).f(x)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.

- A. $\begin{cases} m > e^4 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$. B. $1 < m < e^4$. C. $\begin{cases} m > e^4 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $1 \leq m \leq e^4$.

Câu 117. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $3.f'(x) + 2f^2(x) = 0$. Tính $f(1)$, biết $f(0) = 1$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{14}{5}$.

Câu 118. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x).f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1, f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

- A. e^2 . B. $e^{\frac{3}{2}}$. C. e^3 . D. $e^{\frac{5}{2}}$.

Câu 119. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(3) = 1, f'(x) = 3x^2 [f(x)]^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(1)$.

- A. $-\frac{1}{25}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{24}$.

Câu 120. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(0) = 2\sqrt{2}, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x).f'(x) = (2x + 1)\sqrt{1 + f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(1)$.

- A. $\sqrt{15}$. B. $\sqrt{23}$. C. $\sqrt{24}$. D. $\sqrt{26}$.

Câu 121. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) + 2f(x) = 0$. Tính $f(-1)$ biết $f(1) = 1$.

- A. $f(-1) = 3$. B. $f(-1) = e^{-2}$. C. $f(-1) = e^4$. D. $f(-1) = e^3$.

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn, $f(x) = x.f'(x) - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 3$, tính $f(2)$.

- A. 16. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 123. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và dương trên \mathbb{R} , biết $f'(x) = -e^x.f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $f(\ln 2)$.

- A. $f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}$. B. $f(\ln 2) = \frac{1}{4}$. C. $f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{3}$. D. $f(\ln 2) = \ln^2 2 + \frac{1}{2}$.

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2$. Biết $f(0) = 2$, tính $f^2(2)$.

- A. $f^2(2) = 64$. B. $f^2(2) = 81$. C. $f^2(2) = 100$. D. $f^2(2) = 144$.
-
-

Câu 125. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = 15x^4 + 12x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Tính $f^2(2)$.

- A. $f^2(2) = \frac{5}{2}$. B. $f^2(2) = \frac{9}{2}$. C. $f^2(2) = 8$. D. $f^2(2) = 10$.
-
-

Câu 126. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Tính $[f(1)]^2$.

- A. 28. B. 22. C. $\frac{19}{2}$. D. 10.
-
-

Câu 127. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm không âm trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\frac{[f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2}{e^{2x}} = 1 + [f(x)]^2$ và $f(x) > 0, \forall x \in [0; 1]$, biết $f(0) = 1$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\frac{5}{2} < f(1) < 3$. B. $3 < f(1) < \frac{7}{2}$. C. $2 < f(1) < \frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2} < f(1) < 2$.
-
-

Câu 128. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; \sqrt{3}]$ và thỏa mãn $f(x) > -1, f(0) = 0$ và $f'(x)\sqrt{x^2 + 1} = 2x\sqrt{f(x) + 1}$. Tính $f(\sqrt{3})$.

- A. 0. B. $3\sqrt{3}$. C. 7. D. 9.
-
-

Câu 129. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ và $\sqrt{x}f'(x) + e^{\sqrt{x}}.f^2(x) = 0, \forall x \in (0; +\infty); f(1) = \frac{1}{2e}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(4) = \frac{1}{2e^2}$. B. $f(4) = 2e^2$. C. $f(4) = \frac{1}{2e^2} + 1$. D. $f(2) = \frac{1}{e^2}$.
-
-

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[2; 3]$ đồng thời thỏa mãn $f(x) = x.f'(x)$ và $f(2) = 2$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = 3$. B. $f(3) = 2$. C. $f(3) = 5$. D. $f(3) = 7$.
-
-

Câu 131. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.f(x), f(0) = 1$. Khi đó $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng

- A. $(2; 3)$. B. $(7; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(9; 12)$.

.....

Câu 132. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn $x.f'(x) + f(x) = 4x + 1, \forall x > 0$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 6$. B. $f(2) = 5$. C. $f(2) = 3$. D. $f(2) = 2$.
-

Câu 133. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = 4x^3 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Tính $f^2(1)$.

- A. $f^2(1) = \frac{5}{2}$. B. $f^2(1) = \frac{9}{2}$. C. $f^2(1) = \frac{16}{15}$. D. $f^2(1) = \frac{8}{15}$.
-

Câu 134. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

- A. 8. B. $\frac{9}{2}$. C. 10. D. $\frac{5}{2}$.
-

Câu 135. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$. Biết $2x.f'(x) + f(x) = 2xf(x), f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 4. D. $\frac{9}{2}$.
-

Câu 136. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + xf(x) = 2x.e^{-x^2}$ và $f(0) = -2$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = e$. B. $f(1) = \frac{1}{e}$. C. $f(1) = \frac{2}{e}$. D. $f(1) = -\frac{2}{e}$.
-

Bài 2

TÍCH PHÂN

2.1	LÝ THUYẾT	31
2.1.1	Khái niệm tích phân	31
2.1.2	Tính chất của tích phân	31
2.1.3	Phương pháp tính tích phân	32
2.2	BÀI TẬP	33

2.1 LÝ THUYẾT

2.1.1 Khái niệm tích phân

Định nghĩa 1.1 (Định nghĩa tích phân)

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và $a, b \in K$. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \dots = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

2.1.2 Tính chất của tích phân

Mệnh đề 1.1 (Tính chất của tích phân)

$$\textcircled{1} \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx \text{ và } \int_a^a f(x)dx = 0.$$

$$\textcircled{2} \int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx, k \in \mathbb{R}.$$

$$\textcircled{3} \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx.$$

$$\textcircled{4} \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

Mệnh đề 1.2 (Tính chất của tích phân)

$$\textcircled{5} \int_a^b f'(x)dx = f(x) \Big|_a^b ; \int_a^b f''(x)dx = f'(x) \Big|_a^b \dots$$

\textcircled{6} Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$. Khi đó $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

\textcircled{7} Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $[-a; a]$. Khi đó

- $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$.
- $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{1 + b^x} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x)dx = \int_0^a f(x)dx$, với $0 < b \neq 1; a \in \mathbb{R}^+$.

\textcircled{8} Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[a; b]$. Khi đó:

- Nếu $\int_a^b f(x)dx = k$ thì $\int_a^b f(a + b - x) dx = k$.
- Nếu $f(a + b - x) = -f(x)$ thì $\int_a^b f(x)dx = 0$.
- Nếu $f(a + b - x) = f(x)$ thì $\int_a^b x \cdot f(x)dx = \frac{a + b}{2} \int_a^b f(x)dx$.

\textcircled{9} $\int_a^b |f(x)| dx = \begin{cases} \int_a^b f(x)dx & \text{Nếu } f(x) > 0, \forall x \in (a; b) \\ \int_a^b -f(x)dx & \text{hoặc } f(x) < 0, \forall x \in (a; b) \end{cases}$. (Nếu $f(c) = 0$ với $c \in (a; b)$ thì dùng tính chất \textcircled{4})

2.1.3 Phương pháp tính tích phân

2.1.3.1 Tích phân từng phần

Định lý 1.1 (Tích phân từng phần)

Nếu $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm và liên tục trên $[a; b]$ thì

$$\int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx = [u(x) \cdot v(x)] \Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx \text{ hay } \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

\textcircled{*} **Nhận dạng:** Tham khảo phần nguyên hàm từng phần.

2.1.3.2 Tích bằng phương pháp đổi biến số

Định lý 1.2 (Tích phân bằng phương pháp đổi biến số)

$$\int_a^b f[u(x)] u'(x) dx = F[u(x)] \Big|_a^b = F[u(b)] - F[u(a)]$$

i) Bước 1: Đặt $t = u(x) \implies dt = u'(x)dx$.

ii) Bước 2: Đổi cận $\begin{cases} x = b \rightarrow t = u(b) \\ x = a \rightarrow t = u(a) \end{cases}$ (Lưu ý: **Đổi biến thì phải đổi cận**)

iii) Đưa tích phân về dạng $\int_{u(a)}^{u(b)} f(t)dt$.

⊗ **Phương pháp đặt $t = u(x)$:** Tham khảo phần nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến.

2.2 BÀI TẬP

Câu 137. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$
- B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$
- C. $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx.$
- D. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx. \int_a^b g(x)dx.$

Câu 138. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $c \in (a; b), k \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào **sai**?

- A. $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx.$
- B. $\int_a^b f(x)dx - \int_b^a f(x)dx = 0.$
- C. $\int_a^b k.f(x)dx = k. \int_a^b f(x)dx.$
- D. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 0.$

Câu 139. Cho $u = u(x), v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b u(x).v'(x)dx = u(x).v(x) \Big|_a^b + \int_a^b u'(x)v(x)dx.$
- B. $\int_a^b u(x).v'(x)dx = u(x).v(x) \Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx.$
- C. $\int_a^b u'(x).v(x)dx = u(x).v(x) \Big|_a^b + \int_a^b u(x)v'(x)dx.$
- D. $\int_a^b u'(x).v(x)dx = u(x).v'(x) \Big|_a^b - \int_a^b u(x)v(x)dx.$

Câu 140. Cho a, b, k là các hằng số ($k \neq 0$) và $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b k.f(x)dx = k. \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

C. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt.$

Câu 141. Cho a, b, k là các hằng số ($k \neq 0$) và $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b k.f(x)dx = k. \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

C. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt.$

Câu 142. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} , nếu $\int_a^d f(x)dx = 5$ và $\int_b^d f(x)dx = 2$ với $a < b < d$. Tính

tích phân $I = \int_a^b f(x)dx.$

A. $I = -7.$

B. $I = -3.$

C. $I = 7.$

D. $I = 3.$

Câu 143. Cho $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x + 1} dx = a + b \ln c$ với $a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Z}, c$ là số nguyên tố. Tính $2a + b + c$

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 144. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$ và thỏa mãn $\int_0^2 x.[f'(x) - 1] dx = 2f(2).$

Tính $I = \int_0^2 f(x).dx.$

A. $I = 1.$

B. $I = 2.$

C. $I = -1.$

D. $I = -2.$

Câu 145. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ và $a < b < c$. Biết $\int_b^a f(x)dx = -10,$

$\int_c^a f(x)dx = -5.$ Tính $I = \int_c^b f(x)dx.$

A. $I = 15.$

B. $I = -15.$

C. $I = -5.$

D. $I = 5.$

Câu 146. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$, $\int_a^b f(x)dx = 3$ và

$$\int_a^b [3f(x) - 5g(x)] dx = 4. \text{ Tính } I = \int_a^b g(x)dx.$$

- A. $I = -1$. B. $I = \frac{13}{5}$. C. $I = 0$. D. $I = 1$.
-
-

Câu 147. Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.
-
-

Câu 148. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = -11$. B. $I = 13$. C. $I = 27$. D. $I = 3$.
-
-

Câu 149. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 4x dx = \frac{a}{b}\pi$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$.

- A. $a + b = 15$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 17$. D. $a + b = 18$.
-
-

Câu 150. Tính tích phân $I = \int_1^2 e^{3x-2} dx$.

- A. $I = \frac{1}{3}(e^4 - e)$. B. $I = e^4 - e$. C. $I = e^4 - e$. D. $I = -\frac{1}{2}(e^4 - e)$.
-
-

Câu 151. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ và thỏa mãn $f(1) = 10, f(2) = 30$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f'(x)dx$.

- A. $I = 20$. B. $I = -20$. C. $I = 40$. D. $I = -40$.
-
-

Câu 152. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \cos^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 + 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 + 14\pi}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 16}{16}$.
-
-

Câu 153. Tính tích phân $I = \int_1^8 \sqrt{3x+1} dx$.

- A. $I = 25$. B. $I = 26$. C. $I = 27$. D. $I = 24$.

Câu 154. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 g(x)dx = 1$. Tính $I = \int_1^3 [1008f(x) + 3g(x)] dx$.

- A. $I = 2017$. B. $I = 2016$. C. $I = 2019$. D. $I = 2021$.

Câu 155. Cho $\int_0^7 f(t)dt = 5$, $\int_0^{20} f(u)du = 25$. Tính $I = \int_7^{20} f(x)dx$.

- A. $I = -20$. B. $I = 30$. C. $I = 20$. D. $I = -30$.

Câu 156. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = a$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[f(x) - \frac{5}{\cos^2 x} \right] dx$ theo a .

- A. $I = a$. B. $I = a - 5$. C. $I = a + 5$. D. $I = a - 1$.

Câu 157. Cho $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ và $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. C. $I = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2$. D. $I = \frac{14}{9}$.

Câu 158. Cho $I = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$, nếu đặt $x = 2 \sin t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ bằng

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin t dt$. C. $\frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$.

Câu 159. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx = 8$;

$\int_1^3 f(2x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-1}^6 f(x)dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 5$. C. $I = 11$. D. $I = 14$.

Câu 160. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2; 4]$ và thỏa mãn $f(2) = 2, f(4) = 2020$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(2x) dx.$$

- A. $I = 1011.$ B. $I = 1009.$ C. $I = 2018.$ D. $I = 2022.$
-
-

Câu 161. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(2x-4)dx = 1, f(-2) = 1$.

Tính $I = \int_{-2}^0 x.f'(x)dx.$

- A. $I = 1.$ B. $I = 0.$ C. $I = -4.$ D. $I = 4.$
-
-

Câu 162. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(4) = 1$ và $\int_0^1 x.f(4x)dx = 1$, khi đó

$\int_0^4 x^2.f'(x)dx$ bằng

- A. $\frac{31}{2}.$ B. $-16.$ C. $8.$ D. $14.$
-
-

Câu 163. Cho $\int_0^1 x \left[\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} \right] dx = \frac{a^2 \ln 2 - bc \ln 3 + c}{4}$, với $a, b, c \in \mathbb{N}$. Tính $T = a+b+c$.

- A. $T = 13.$ B. $T = 15.$ C. $T = 17.$ D. $T = 11.$
-
-

Câu 164. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_0^1 x.f'(x)dx = 10$ và $f(1) = 3$. Tính

$I = \int_0^1 f(x)dx.$

- A. $30.$ B. $7.$ C. $13.$ D. $-7.$
-
-

Câu 165. Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+3)^2} = a + b \ln 3 + c \ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính $a + b + c$.

- A. $\frac{-1}{2}.$ B. $\frac{-1}{4}.$ C. $\frac{4}{5}.$ D. $\frac{1}{5}.$
-
-

Câu 173. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và $f(x) + f(1 - x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}, \forall x \in [0; 1]$. Tính tích

phân $I = \int_0^1 f(x)dx.$

- A. $I = \frac{3}{4} + 2 \ln 2.$ B. $I = 3 + \ln 2.$ C. $I = \frac{3}{4} + \ln 2.$ D. $I = \frac{3}{2} + 2 \ln 2.$

Câu 174. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = 1$ và $f(2) = 3$. Tính $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})dx$

- A. $I = 5.$ B. $I = 8.$ C. $I = 12.$ D. $I = 10.$

Câu 175. Cho $y = f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(1) = 1$ và

$\int_0^1 f(t)dt = \frac{1}{3}$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x)dx$ bằng

- A. $I = \frac{4}{3}.$ B. $I = \frac{2}{3}.$ C. $I = \frac{1}{3}.$ D. $I = -\frac{2}{3}.$

Câu 176. Cho $y = f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $f(1) = 4$ và

$\int_0^1 f(x)dx = 2$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 x^3 \cdot f'(x^2)dx$ bằng

- A. $I = 16.$ B. $I = 8.$ C. $I = 1.$ D. $I = 2.$

Câu 177. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn $\int_1^8 f(x)dx = 2019$. Tính tích phân

$I = \int_1^2 x^2 f(x^3) dx.$

- A. $I = 673.$ B. $I = 6057.$ C. $I = 2019^3.$ D. $I = \sqrt[3]{2019}.$

Câu 178. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng $\int_e^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx = 10; \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) \sin x dx = 5.$

Tính tích phân $I = \int_0^2 [f(x) + 4x] dx.$

- A. $I = 19.$ B. $I = 23.$ C. $I = 13.$ D. $I = 25.$

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 179. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $[0; 9]$ và thỏa mãn $\int_0^9 f(x)dx = 2019, \int_0^3 f(x+6)dx = 1983.$

Tính tích phân $I = \int_0^2 f(3x)dx.$

- A. $I = 12.$ B. $I = 36.$ C. $I = 108.$ D. $I = 1334.$
-
-

Câu 180. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 20, \int_0^1 f(x)dx = 5.$

Tính tích phân $I = \int_0^1 x.f'(x)dx.$

- A. $I = 15.$ B. $I = 25.$ C. $I = -15.$ D. $I = -25.$
-
-

Câu 181. Cho hàm số $f(x)$ là liên tục trên $[1; e]$ và $\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx = 1, f(e) = 1.$ Tính $I = \int_1^e f'(x) \ln x dx.$

- A. $I = 4.$ B. $I = 3.$ C. $I = 1.$ D. $I = 0.$
-
-

Câu 182. Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + b = -2c.$ B. $a + b = c.$ C. $a - b = -c.$ D. $a - b = -2c.$
-
-

Câu 183. Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c.$

- A. $P = -\frac{5}{2}.$ B. $P = \frac{7}{2}.$ C. $P = \frac{5}{2}.$ D. $P = 2.$
-
-

Câu 184. Biết rằng tồn tại duy nhất bộ các số nguyên a, b, c sao cho

$\int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3.$ Tính $s = a + b + c.$

- A. $S = 19.$ B. $S = -19.$ C. $S = 5.$ D. $S = -5.$
-
-

Câu 185. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) \cdot e^{2x} dx = 40.$ Khi đó, tính $\int_1^4 f(x) dx.$

- A. 20. B. 40. C. 10. D. 80.

Câu 186. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$, $F(1) = 3, F(3) = 5$ và

$$\int_1^3 (x^4 - 8x) f(x) dx = 12. \text{ Tính } I = \int_1^3 (x^3 - 2) F(x) dx.$$

- A. $I = \frac{147}{2}$. B. $I = \frac{147}{3}$. C. $I = -\frac{147}{2}$. D. $I = 147$.

Câu 187. Tính tích phân $I = \int_1^e (x - 1) \ln x dx$.

- A. $I = \frac{e^2 + 3}{4}$. B. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 3}{4}$.

Câu 188. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $2f(x) + 3f(1 - x) = \sqrt{1 - x^2}$. Tính

$$I = \int_0^1 f'(x) dx.$$

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 189. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $f(0) = f(1) = 1$.

Biết $I = \int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = a.e + b$. Tính $P = a^{2018} + b^{2018}$.

- A. $P = 2^{2017} + 1$. B. $P = 2$. C. $P = 0$. D. $P = 2^{2017} - 1$.

Câu 190. Cho $\int_0^{2017} f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{e^{2017}-1}} \frac{x}{x^2 + 1} \cdot f[\ln(x^2 + 1)] dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 4$. D. $I = 5$.

Câu 191. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tính tích

phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 10$.

Lê Tân Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 192. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 xf'(x).e^{f(x)}dx = 8$ và $f(3) = \ln 3$. Tính $I = \int_0^3 e^{f(x)}dx$.

A. $I = 1$. B. $I = 11$. C. $I = 8 - \ln 3$. D. $I = 8 + \ln 3$.

.....

.....

Câu 193. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x). \cos^2 x dx = 10$ và $f(0) = 3$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) \sin 2x dx$.

A. $I = -13$. B. $I = -7$. C. $I = 7$. D. $I = 13$.

.....

.....

Câu 194. Biết $\int_1^2 \ln(9 - x^2) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $P = |a| + |b| + |c|$.

A. $P = 13$. B. $P = 18$. C. $P = 26$. D. $P = 34$.

.....

.....

Câu 195. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty) \setminus \{e\}$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$, $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6$ và $f(e^2) = 3$. Tính $S = f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3)$.

A. $S = 3(\ln 2 + 1)$. B. $S = 2 \ln 2$. C. $S = 3 \ln 2 + 1$. D. $S = \ln 2 + 3$.

.....

.....

Câu 196. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên $[-4; 4]$. Biết rằng $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x) = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = -10$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

.....

.....

Câu 197. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $[-1; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và $\int_1^3 f(-2x) = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^6 f(x) dx$.

A. $I = 2$. B. $I = 5$. C. $I = 11$. D. $I = 14$.

.....

.....

Câu 198. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = a.\sqrt{e} + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a.b$.

- A. $P = 4$. B. $P = -8$. C. $P = -4$. D. $P = 8$.

Câu 199. Biết $\int_0^1 (x + 2)e^x dx = a.e + b$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 10$. B. $S = 1$. C. $S = 3$. D. $S = 5$.

Câu 200. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{2}{4-x^2} dx$ bằng cách đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$. B. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. D. $I = 2 \int_0^1 dt$.

Câu 201. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục có nguyên hàm lần lượt là $F(x), G(x)$ trên đoạn $[1; 2]$. Biết rằng $F(1) = 1, F(2) = 4, G(1) = \frac{3}{2}, G(2) = 2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$. Tính $I = \int_1^2 F(x)g(x)dx$.

- A. $I = \frac{8}{7}$. B. $I = \frac{11}{12}$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 202. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa $f(-x) + 2f(x) = \cos x$.

Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$

- A. $I = 2$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = -2$.

Câu 203. Biết $\int_0^\pi f(\sin x) dx = 1$. Tính $I = \int_0^\pi x.f(\sin x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{\pi}{2}$. C. $I = \pi$. D. $I = 0$.

Câu 204. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = e^a - b$. Tính $S = a + 2b$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = 3$.

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 205. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và $f(0) + f(1) = 0$.

Biết $\int_0^1 f^2(x)dx = \frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = \pi$. B. $I = \frac{3\pi}{2}$. C. $I = \frac{2}{\pi}$. D. $I = \frac{1}{\pi}$.

Câu 206. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục, có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(0).f'(2) \neq 0$

và $g(x).f'(x) = x(x-2)e^x$. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^2 f(x).g'(x)dx$.

- A. $I = -4$. B. $I = e - 2$. C. $I = 4$. D. $I = 2 - e$.

Câu 207. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(x) = 6x^2 f(x^3) - \frac{6}{\sqrt{3x+1}}$.

Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = -4$. B. $I = e - 2$. C. $I = 4$. D. $I = 2 - e$.

Câu 208. Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 27(b + c)$.

- A. $P = -12$. B. $P = 12$. C. $P = 58$. D. $P = -58$.

Câu 209. Biết $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a + b\sqrt{3}}{9}$, với a, b là các số thực. Tính $T = a + b$.

- A. $T = -10$. B. $T = -4$. C. $T = 15$. D. $T = 8$.

Câu 210. Biết $\int_0^1 f(x)dx = -1$ và $\int_1^2 f(2x-1)dx$. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x)dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 2$. C. $I = 7$. D. $I = -4$.

Câu 211. Cho $y = f(x)$ liên tục trên $[-4; +\infty)$ và $\int_0^5 f(\sqrt{x+4}) dx = 8$. Tính $I = \int_3^2 xf(x)dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = -16$. D. $I = -4$.

Câu 212. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(2) = -2$,

$$\int_0^2 f(x)dx = 1. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx.$$

- A. $I = -10.$ B. $I = -5.$ C. $I = 0.$ D. $I = -18.$

Câu 213. Biết $\int_0^1 x \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot dx = \frac{\sqrt{a} - 1}{b \cdot c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính

$$S = a + b + c.$$

- A. $S = 11.$ B. $S = 14.$ C. $S = 13.$ D. $S = 12.$

Câu 214. Cho $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx = 9.$ Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(\cos 3x) \cdot \sin 3x dx.$

- A. $I = -3.$ B. $I = 27.$ C. $I = 3.$ D. $I = 9.$

Câu 215. Cho $I = \int_2^4 \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx.$ Nếu đổi biến bằng cách đặt $x = \frac{2}{\cos t}$ ta được kết quả nào dưới đây?

- A. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan^2 t - 1) dx.$ B. $I = 2 (\tan t - t) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}.$
- C. $I = 2 \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right).$ D. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 t \cdot dt.$

Câu 216. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $[-1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 4.$ Tính $I = \int_1^2 x \cdot f(x) dx.$

- A. $I = 4.$ B. $I = 2.$ C. $I = 16.$ D. $I = 8.$

Câu 217. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-1}^1 \frac{f(x) + f(-x)}{2018^x + 1} dx = 2018.$ Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx.$

- A. 2017. B. 2018. C. 1009. D. 0.

Câu 218. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x) dx = 2; \int_0^3 f(x) dx = 6.$

Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x - 1|) dx$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = 4$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = 6$.
-
-

Câu 219. Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln^n x}{x} dx, (n > 1)$.

- A. $I = \frac{1}{n}$. B. $S = \frac{e}{n+1}$. C. $I = \frac{1}{n-1}$. D. $I = \frac{1}{n+1}$.
-
-

Câu 220. Biết $I = \int_0^1 x \ln(2x + 1)^{2017} dx = \frac{a}{b} \ln 3$ với phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 6057$. B. $S = 6058$. C. $S = 6056$. D. $S = 6059$.
-
-

Câu 221. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^e f'(x) \ln x dx = 1$ và $f(e) = e$.

Tính $I = \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$.

- A. $I = e + 1$. B. $I = e - 1$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.
-
-

Câu 222. Cho $\int_1^2 x(x^2 + \ln x) dx = a \ln 2 + b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b$.

- A. $P = 11$. B. $P = 5$. C. $P = 7$. D. $P = 13$.
-
-

Câu 223. Cho $\int_0^1 (x + 2) \ln(x + 1) dx = a \ln 2 + \frac{-7}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $a = b$. B. $a < b$. C. $a > b$. D. $a = b + 3$.
-
-

Câu 224. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x - 1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng?

- A. $I = -(x - 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. B. $I = -(x - 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

C. $I = -\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$ D. $I = -\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$

.....

.....

Câu 225. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) + 2016f(2017-x) = x$ và $f(e) = e$. Tính

$I = \int_0^{2017} f(x) dx.$

- A. $I = 2017.$ B. $I = 1008,5.$ C. $I = 2016.$ D. $I = 2018.$
-
-

Câu 226. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, đồng biến trên \mathbb{R} , có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn

$[f'(x)]^2 = 4f(x).e^{2x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(0) = 2$. Tính $\int_0^{\ln 2} x^2.f(x).dx.$

- A. $2 \ln^2 2 - \ln 2 + \frac{3}{4}.$ B. $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{1}{4}.$ C. $\ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}.$ D. $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}.$
-
-

Câu 227. Biết $I = \int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b.\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$, với a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số

$\frac{a}{b}$ là

- A. $\frac{1}{2}.$ B. 3. C. 2. D. 1.
-
-

Câu 228. Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0; a]$ thỏa mãn

$f(x).f(a-x) = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{1}{1+f(x)} dx?$

- A. $I = \frac{a}{3}.$ B. $I = \frac{a}{2}.$ C. $I = a.$ D. $I = \frac{2a}{3}.$
-
-

Câu 229. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2};$

$\int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx.$

- A. $I = \frac{3\pi}{2}.$ B. $I = \frac{2}{\pi}.$ C. $I = \pi.$ D. $I = \frac{1}{\pi}.$
-
-

Câu 230. Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3) dx$ là

- A. 27. B. 3. C. 24. D. 0.

.....

Câu 231. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^2 xf(x^2) dx = 1$. Giá trị của $\int_1^4 f(x)dx$ bằng
 A. 2. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

.....

Câu 232. Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^{\sqrt{3}} f(x^2 + 1) x dx$.
 A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = 1$. D. $I = 17$.

.....

Câu 233. Biết $\int_0^4 x \cdot \ln(x^2 + 9) dx = a \cdot \ln 5 + b \ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là
 A. $T = 10$. B. $T = 9$. C. $T = 8$. D. $T = 11$.

.....

Câu 234. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên.
 Tính $S = a + b + c$.
 A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = 7$. D. $S = 9$.

.....

Câu 235. Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a \cdot e + b \cdot \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỷ số $\frac{a}{b}$ là
 A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

.....

Câu 236. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$, trong đó a là số thực; b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + c$.
 A. $T = 4$. B. $T = -6$. C. $T = 6$. D. $T = 5$.

Câu 237. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in [1;2]$. Biết $\int_1^2 f'(x)dx = 10$ và $\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln 2$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = -20$. B. $f(2) = -10$. C. $f(2) = 10$. D. $f(2) = 20$.

.....

.....

Câu 238. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 \cdot f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 6$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 1$.

.....

.....

Câu 239. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $a > 0$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; a]$ ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(a - x) = 1$. Tính $I = \int_0^a \frac{dx}{1 + f(x)}$.

A. $I = \frac{a}{3}$. B. $I = 2a$. C. $I = a \ln(a + 1)$. D. $I = \frac{a}{2}$.

.....

.....

Câu 240. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; \frac{\pi}{2}]$ và thỏa $f(0) = 0$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x)]^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(x) dx = \frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{\pi}{2}$. D. $I = \frac{\pi}{4}$.

.....

.....

Câu 241. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(-2) = 1, \int_1^2 f(2x - 4) dx = 1$.

Tính $I = \int_{-2}^0 x \cdot f'(x) dx$.

A. $I = 1$. B. $I = 0$. C. $I = -4$. D. $I = 4$.

.....

.....

Câu 242. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x \cdot f'(x) - x^2 \cdot e^x = f(x)$ và $f(1) = e$.

Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = e^2 - 2e$. B. $I = e$. C. $I = e^2$. D. $I = 3e^2 - 2e$.

.....

.....

Câu 243. Nếu $f(x)$ là hàm liên tục và $\int_0^9 f(x)dx = 4$ thì tích phân $\int_0^3 xf(x^2)dx$ bằng
 A. 2. B. 4. C. 8. D. 1.

Câu 244. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_1^2 f(3x - 1) dx$.
 A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 9$. D. $I = 3$.

Câu 245. Cho $\int_0^1 \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
 A. $2(a + b + c) = 7$. B. $2(a + b - c) = 7$. C. $2(a + b - c) = 5$. D. $2(a + b + c) = 5$.

Câu 246. Xét tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} x.e^{x^2} dx$. Sử dụng phương pháp đổi biến số với $u = x^2$, tích phân I được biến đổi thành dạng nào sau đây?
 A. $I = 2 \int_1^2 e^u du$. B. $I = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$. C. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 e^u du$. D. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$.

Câu 247. Biết rằng $I = \int_0^1 e^{\sqrt{3x+1}} dx = \frac{a}{b} e^2$, với a, b là các số thực thỏa mãn $a - b = -2$. Tính tổng $S = a + b$.
 A. $S = 10$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 7$.

Câu 248. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 3]$ và thỏa mãn $I = \int_0^3 f(x)dx = 4$. Khi đó giá trị của tích phân $J = \int_0^3 [e^{1+\ln f(x)} + 4] dx$ là
 A. $3e + 14$. B. $4 + 12e$. C. $12 + 4e$. D. $14 + 3e$.

Câu 249. Giá trị của a để tích phân $\int_0^a (3x^2 + 2) dx = a^3 + 2$ là
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 250. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 4x dx = \frac{a}{b}\pi$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$.

- A. $a + b = 15$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 17$. D. $a + b = 18$.
-
-

Câu 251. Biết $\int_0^1 x\sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{a\sqrt{2} + b}{3}$ (với a, b là các số nguyên). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^2 + b^2 = 4$. B. $a + b^2 = 3$. C. $a^2 + b = 5$. D. $a + b = 2$.
-
-

Câu 252. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$. B. $I = \frac{3}{4}e^2 - \frac{1}{4}$. C. $I = e^2 + \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{1}{4}(e^2 - 1)$.
-
-

Câu 253. Biết rằng $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực và b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + 4c$.

- A. $T = 9$. B. $T = 8$. C. $T = 7$. D. $T = 10$.
-
-

Câu 254. Biết rằng $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $P = abc$.

- A. $P = -36$. B. $P = 0$. C. $P = 18$. D. $P = -18$.
-
-

Câu 255. Cho $\int_0^6 f(x) x dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 36$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.
-
-

Câu 256. Biết $\int_0^2 \left(e^x + \frac{3}{x+1} \right) dx = e^2 + a \ln 3 + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b$.

- A. $T = -2$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 2$.
-
-

Câu 264. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x)dx.$$

- A. $I = \frac{\pi}{4}$. B. $I = \frac{\pi}{6}$. C. $I = \frac{\pi}{20}$. D. $I = \frac{\pi}{16}$.

Câu 265. Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$?

- A. 20. B. 19. C. 9. D. 10.

Câu 266. Cho $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a^2 + ab + 3b^2$.

- A. $T = 1$. B. $T = 5$. C. $T = 0$. D. $T = 4$.

Câu 267. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = 25$ và $f'(x) = 4x\sqrt{f(x)}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_2^3 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{1073}{15}$. B. $\frac{458}{15}$. C. $\frac{838}{15}$. D. $\frac{1016}{15}$.

Câu 268. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ là

- A. $I = 2$. B. $I = -7$. C. $I = 7$. D. $I = -2$.

Câu 269. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ và $\int_1^2 (x-1)f'(x) dx = 5$ và $f(2) = -3$.

Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 2. C. -8. D. 8.

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Câu 270. Biết $I = \int_0^4 x \cdot \ln(2x + 1)^{2020} = a \ln 3 - b$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 37875$. B. $S = 25755$. C. $S = 15655$. D. $S = 21715$.

Câu 271. Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tính

$$I = \int_1^e f'(x) \ln x dx.$$

- A. $I = \frac{e^2 - 3}{2e^2}$. B. $I = \frac{2 - e^2}{e^2}$. C. $I = \frac{e^2 - 2}{e^2}$. D. $I = \frac{3 - e^2}{2e^2}$.

Câu 272. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(-2) = 1, \int_1^2 f(2x - 4) dx = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_{-2}^0 x \cdot f'(x) dx.$$

- A. $I = 1$. B. $I = 0$. C. $I = -4$. D. $I = 4$.

Câu 273. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x + 1) f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$.

$$\text{Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = -8$.

Câu 274. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(x) dx = f(0) = 1$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 0$. D. $I = 2$.

Câu 275. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9, \int_4^{12} f(x) dx = 3,$

$$\int_4^8 f(x) dx = 5. \text{ Tính } I = \int_1^{12} f(x) dx.$$

- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 276. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^{\pi^2} f(x)dx = 2018$, tính $I = \int_0^{\pi} x.f(x^2) dx$.

A. $I = 1008$. B. $I = 2019$. C. $I = 2017$. D. $I = 1009$.

.....

.....

Câu 277. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ và $I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = F(3) - F(1)$. B. $I = F(6) - F(3)$. C. $I = F(9) - F(3)$. D. $I = F(4) - F(2)$.

.....

.....

Câu 278. Cho tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ và $u = x^2 - 1$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$. B. $I = \frac{2}{3}\sqrt{27}$. C. $I = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$. D. $I = \int_1^2 \sqrt{u}du$.

.....

.....

Câu 279. Cho tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} dx$ và $u = \cot x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} u^3 du$. B. $I = \int_0^1 u^3 du$. C. $I = -\int_0^1 u^3 du$. D. $I = \int_0^1 u du$.

.....

.....

Câu 280. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, biết $\int_0^2 f(x)dx = 8$.

Tính $I = \int_0^2 [f(2-x) + 1] dx$.

A. $I = -9$. B. $I = 9$. C. $I = 10$. D. $I = -6$.

.....

.....

Câu 281. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^5 [1 + 2f(x)] dx = 15$. Tính $I = \int_{-5}^5 f(x)dx$.

A. $I = 10$. B. $I = 5$. C. $I = 30$. D. $I = \frac{15}{2}$.

.....

.....

Câu 282. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $[-1; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 4$. Tính $I = \int_1^2 x.f(x)dx$.

A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = 16$. D. $I = 8$.

.....

.....

.....
Câu 283. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm trên $[1; 4]$, biết $\int_1^4 f(x)dx = 20$ và $f(4) = 16, f(1) = 7$. Tính

$$I = \int_1^4 x.f'(x)dx.$$

- A. $I = 37.$ B. $I = 47.$ C. $I = 57.$ D. $I = 67.$
-

Câu 284. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(0) = 2$ và

$$f'(x).e^{f(x)-x^2-2} = 2x, \forall x \in [0; 1].$$
 Tính $I = \int_0^1 f(x)dx.$

- A. $I = \frac{5}{3}.$ B. $I = 3.$ C. $I = \frac{7}{3}.$ D. $I = 2.$
-

Câu 285. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , có $f(2) = 1$ và $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó

$$\int_0^1 x.f'(2x) dx \text{ bằng}$$

- A. 1. B. $\frac{1}{4}.$ C. $-\frac{1}{4}.$ D. $\frac{5}{4}.$
-

Câu 286. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , biết $\int_0^2 f(x)dx = 4$ và $f(2) = 16$. Tính $I = \int_0^1 x.f'(2x)dx.$

- A. $I = 13.$ B. $I = 12.$ C. $I = 20.$ D. $I = 7.$
-

Câu 287. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0; \frac{\pi}{4}]$ thỏa mãn

$$f'(x) = \tan x.f(x), \forall x \in [0; \frac{\pi}{4}], f(0) = 1.$$
 Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x.f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{1 + \pi}{4}.$ B. $\frac{\pi}{4}.$ C. $\ln\left(\frac{1 + \pi}{4}\right).$ D. 0.
-

Câu 288. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = 4x$ và $f(2) = 2 + e^{-4}.$

$$\text{Tính } I = \int_0^1 x.f(x)dx.$$

- A. $I = \frac{3e + 1}{2e}.$ B. $I = \frac{3e - 1}{2e}.$ C. $I = \frac{-3 + e}{2}.$ D. $I = \frac{3 + e}{2}.$

.....

Câu 289. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ thỏa mãn $f(x) + f(3 - x) = 2020x \cdot (3 - x)$ với mọi $x \in [0; 3]$. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x)dx$.

- A. $I = 4545$. B. $I = 9090$. C. $I = 2020$. D. $I = 4040$.

.....

Câu 290. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4 + x^2}$.

Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{20}}^2 f(x)dx$.

- A. $I = -\frac{\pi}{20}$. B. $I = -\frac{\pi}{10}$. C. $I = \frac{\pi}{20}$. D. $I = \frac{\pi}{10}$.

.....

Lê Tấn Phong

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

Bài 3

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

3.1 LÝ THUYẾT	58
3.1.1 Diện tích hình phẳng	58
3.1.2 Thể tích vật thể và thể tích của khối tròn xoay	59
3.2 BÀI TẬP	61
3.2.1 Diện tích hình phẳng	61
3.2.2 Thể tích của vật thể tròn xoay	68
3.2.3 Quãng đường, vận tốc, gia tốc	72

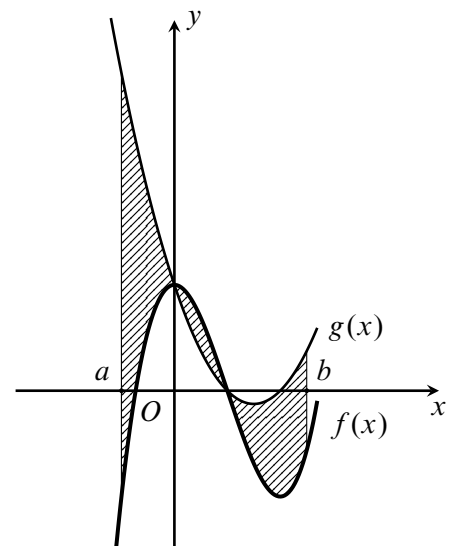
3.1 LÝ THUYẾT

3.1.1 Diện tích hình phẳng

Cho hình phẳng (H) xác định bởi $\begin{cases} (C_1) : y = f(x) \\ (C_2) : y = g(x) \\ x = a, x = b (a < b) \end{cases}$ thì diện

tích của hình (H) được xác định bởi công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$



★ **Chú ý:**

- Để tính tích phân trên (pp tự luận):
 - Giải phương trình $f(x) - g(x) = 0$ và tìm các nghiệm x_1, x_2, \dots, x_k thuộc $(a; b)$.
 - Khi đó:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^{x_1} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx + \dots + \int_{x_k}^b |f(x) - g(x)| dx$$

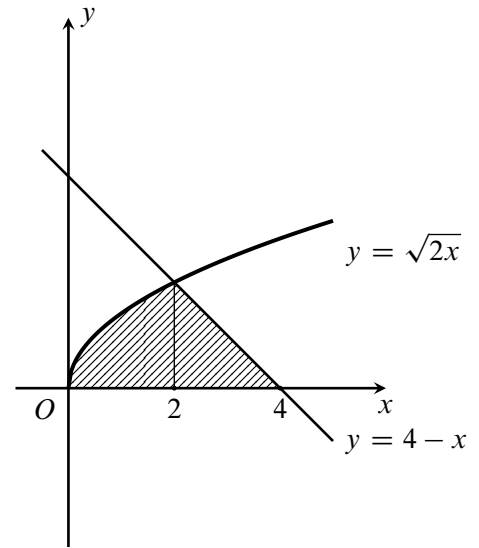
- $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ nếu $f(x) > 0, \forall x \in [a; b]$ hoặc $f(x) < 0, \forall x \in [a; b]$

- Nếu hình phẳng giới hạn bởi ba hàm số thì tốt nhất nên dùng hình học (vẽ đồ thị ba hàm số)

Ví dụ: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 4 - x$, trục hoành.

Giải:

- $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^4 (4 - x) dx.$
- $S = \frac{14}{3}.$

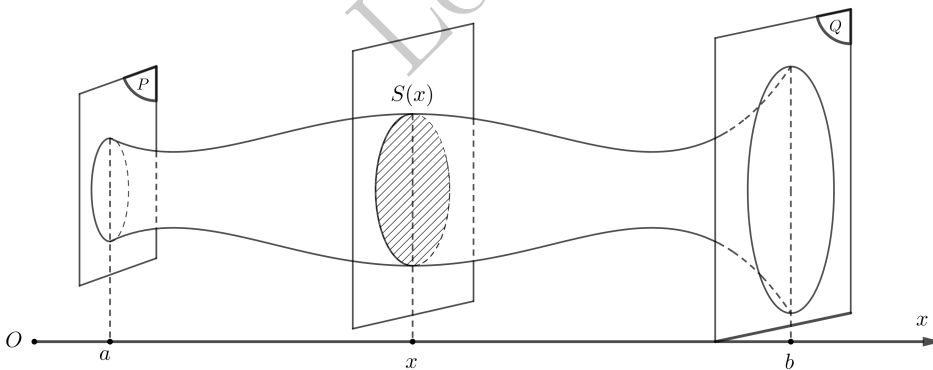


3.1.2 Thể tích vật thể và thể tích của khối tròn xoay

3.1.2.1 Thể tích của vật thể

Gọi B là vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích của vật thể B được xác định bởi:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$



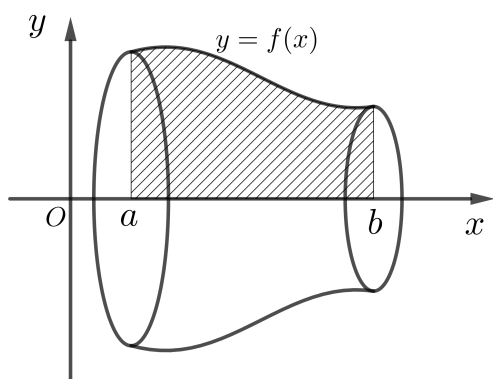
3.1.2.2 Thể tích của khối tròn xoay

1. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành

và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox :

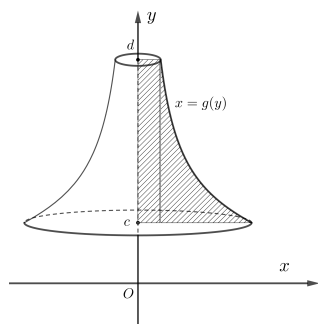
$$\begin{cases} (C) : y = f(x) \\ Ox : y = 0 \\ x = a, x = b \end{cases}$$

$$V_x = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$



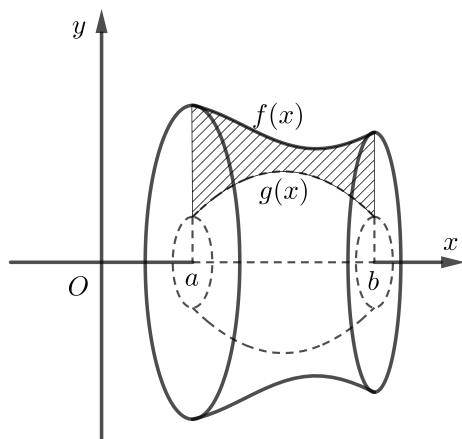
2. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục tung và hai đường thẳng $y = c, y = d$ quanh trục Oy :
- $$\begin{cases} (C) : x = g(y) \\ Oy : x = 0 \\ y = c, y = d \end{cases}$$

$$V_y = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$$



3. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x)$ (nằm cùng phía với trục Ox) và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox :
- $$\begin{cases} (C_1) : y = f(x) \\ (C_2) : y = g(x) \\ x = a, x = b \end{cases}$$

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$



3.2 BÀI TẬP

3.2.1 Diện tích hình phẳng

Câu 291. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(-1) > 0 > f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 |f(x)| dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx.$

D. $S = \left| \int_{-1}^1 f(x)dx \right|.$

Câu 292. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào trong các công thức được liệt kê trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S = \int_a^b f(x)dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \int_a^b f^2(x)dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|.$

Câu 293.

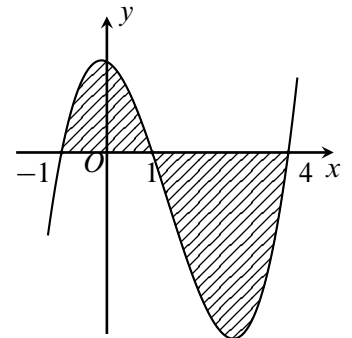
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = - \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx.$

D. $S = - \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx.$



Câu 294.

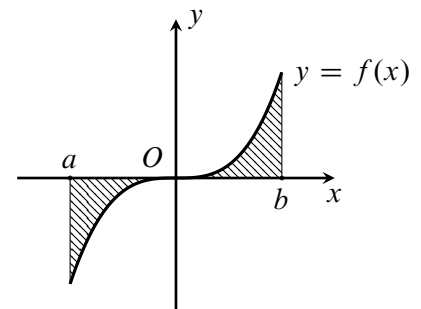
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) : $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

B. $S = - \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

C. $S = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

D. $S = - \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

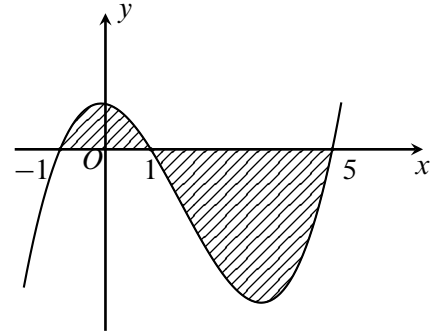


Câu 295. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{2x+3}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$.

- A. $S = \frac{\pi}{6} \ln 7.$ B. $S = \frac{1}{2} \ln 7.$ C. $S = \frac{\sqrt{2}}{3} \ln 7.$ D. $S = 2 \ln 7.$

Câu 296.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$
 B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$
 C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$
 D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 297. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 4, x = 5$.

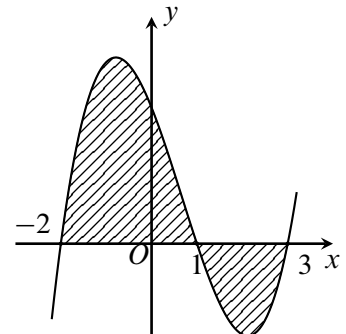
- A. $S = 2 \ln 3 - 4 \ln 2 + 1.$ B. $S = 3 \ln 2 - 4 \ln 2 + 1.$
 C. $S = 3 \ln 2 + 4 \ln 2 + 1.$ D. $S = 3 \ln 3 - \ln 2 + 1.$

Câu 298. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 3^x, y = 4-x$ và trục tung.

- A. $S = \frac{9}{2} + \frac{2}{\ln 3}.$ B. $S = \frac{9}{2} + \frac{3}{\ln 3}.$ C. $S = \frac{7}{2} - \frac{3}{\ln 3}.$ D. $S = \frac{7}{2} - \frac{2}{\ln 3}.$

Câu 299.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

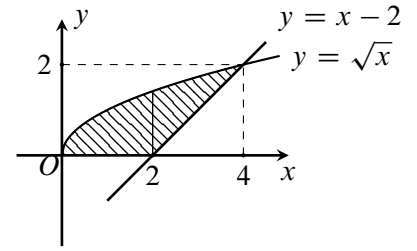


- A. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$
 B. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$
 C. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$
 D. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$

Câu 300.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của hình (H) bằng

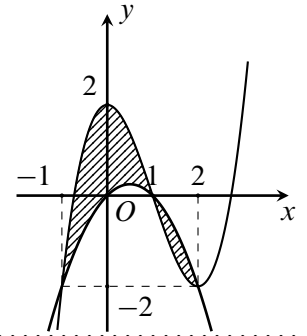
- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.



Câu 301.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm trong hình vẽ có diện tích bằng

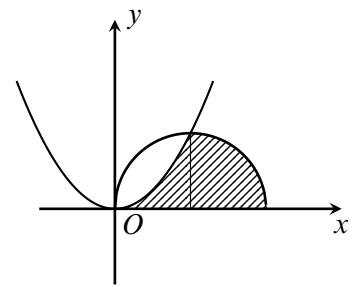
- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.



Câu 302.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, đường cong $(C) : y = \sqrt{2x - x^2}$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình bên). Tính diện tích (S) của (H) .

- A. $S = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}$. C. $S = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$. D. $S = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$.



Câu 303. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ ($f(x)$ liên tục trên $[a; b]$), trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khi đó S được tính bởi công thức

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 304. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = 4 - x$ và trục tung.

- A. $S = \frac{9}{2} + \frac{2}{\ln 3}$. B. $S = \frac{9}{2} + \frac{3}{\ln 3}$. C. $S = \frac{7}{2} - \frac{3}{\ln 3}$. D. $S = \frac{7}{2} - \frac{2}{\ln 3}$.

Câu 305. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = 4 - x$ và trục tung.

- A. $S = \frac{9}{2} + \frac{2}{\ln 3}$. B. $S = \frac{9}{2} + \frac{3}{\ln 3}$. C. $S = \frac{7}{2} - \frac{3}{\ln 3}$. D. $S = \frac{7}{2} - \frac{2}{\ln 3}$.

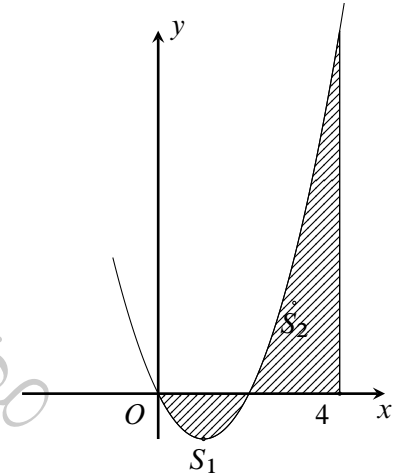
Câu 306. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = m(m > 1)$ bằng $\frac{20}{3}$. Giá trị của m bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 307.

Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C) . Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tìm giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$.

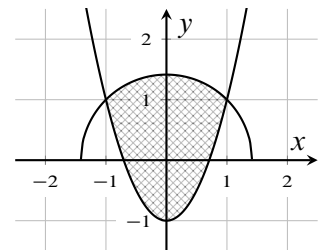
- A. $m = 3$. B. $m = \frac{10}{3}$. C. $m = 2$. D. $m = \frac{8}{3}$.



Câu 308.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$. Diện tích hình (H) bằng

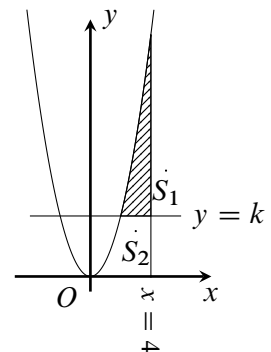
- A. $\frac{3\pi - 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{6}$.



Câu 309.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 4$. Đường thẳng $y = k$ ($0 < k < 16$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 . Tìm k để $S_1 = S_2$.

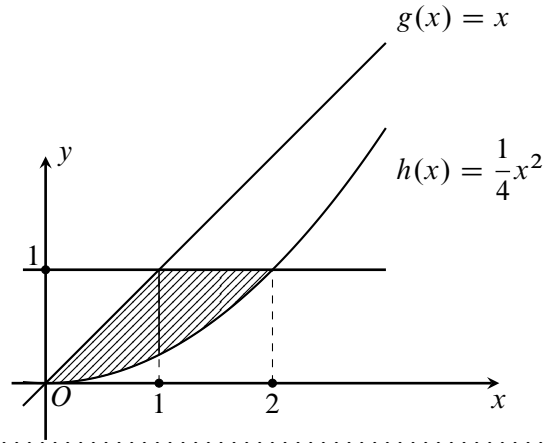
- A. $k = 8$. B. $k = 3$. C. $k = 5$. D. $k = 4$.



Câu 310.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $b - a$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.



Câu 311. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 1)e^x$, trục hoành, $x = 0, x = 1$ là

- A. $S = e - 2$. B. $S = 2 - e$. C. $I = e - 1$. D. $I = 2 + e$.

Câu 312. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$, trục hoành và trục tung. Hình phẳng D quay xung quanh trục Ox tạo nên vật thể tròn xoay (B). Thể tích của (B) là

- A. $8 - 4 \ln 3$. B. $\pi (3 \ln 3 - 2)$. C. $\pi (8 - 6 \ln 3)$. D. $\pi (8 - 4 \ln 3)$.

Câu 313. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 4 - x$ và trục hoành là

- A. $S = \int_0^4 \sqrt{2x} dx + \int_0^4 (4 - x) dx$. B. $S = \int_0^4 (\sqrt{2x} - 4 + x) dx$.
 C. $S = \int_0^2 (4 - x - \sqrt{2x}) dx$. D. $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^4 (4 - x) dx$.

Câu 314. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) thì được một phần tư hình tròn có bán kính $\sqrt{2}x^2$.

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = \frac{16}{5}\pi$. D. $V = 8\pi$.

Câu 315. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2 - x}, y = x, y = 0$ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?

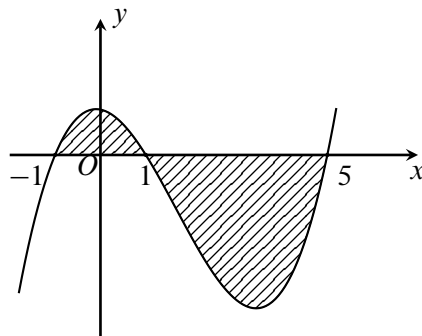
- A. $V = \pi \int_0^1 (2 - x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (2 - x) dx$.
 C. $V = \pi \int_0^1 x dx + \pi \int_1^2 \sqrt{2 - x} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2 - x) dx$.

Câu 316. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$, trục hoành và trục tung. Hình phẳng D quay xung quanh trục Ox tạo nên vật thể tròn xoay (B) . Thể tích của (B) là

- A. $8 - 4 \ln 3$. B. $\pi (3 \ln 3 - 2)$. C. $\pi (8 - 6 \ln 3)$. D. $\pi (8 - 4 \ln 3)$.

Câu 317.

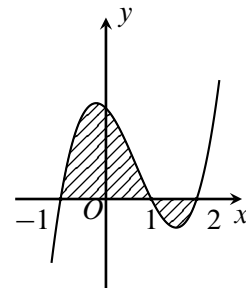
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.
 B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.
 C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.
 D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.

Câu 318.

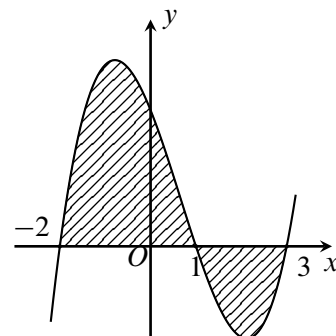
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. B. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

Câu 319.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

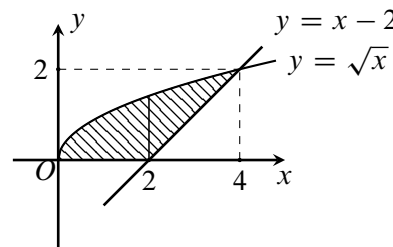


- A. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$.
 B. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$.
 C. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$.
 D. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$.

Câu 320.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của hình (H) bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

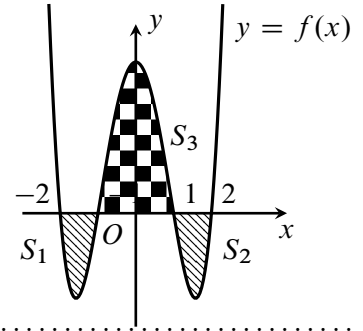


Câu 321.

Cho đồ thị hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình bên. Biết rằng diện tích

$S_1 = S_2 = 2$ và $S_3 = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 f(x)dx$.

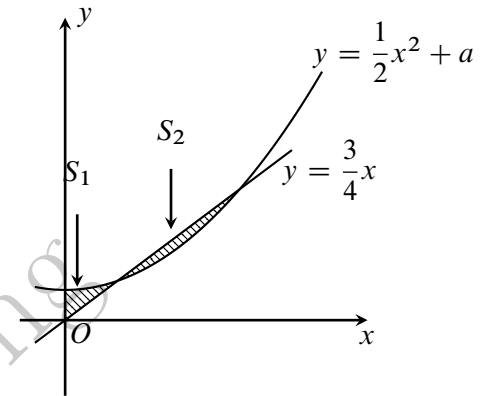
- A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = 10$. D. $I = 8$.



Câu 322.

Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

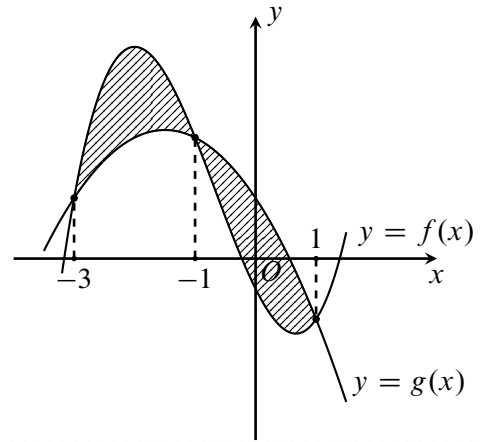
- A. $(\frac{1}{4}; \frac{9}{32})$. B. $(\frac{3}{16}; \frac{7}{32})$. C. $(0; \frac{3}{16})$. D. $(\frac{7}{32}; \frac{1}{4})$.



Câu 323.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = d \cdot x^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

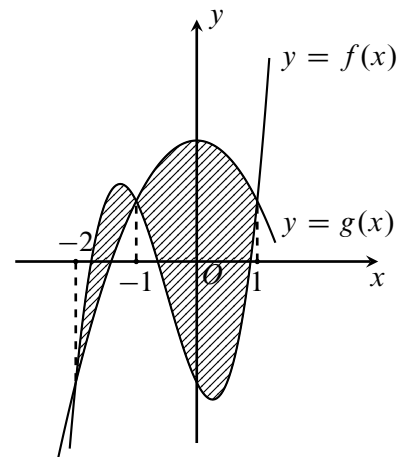
- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.



Câu 324.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = d \cdot x^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

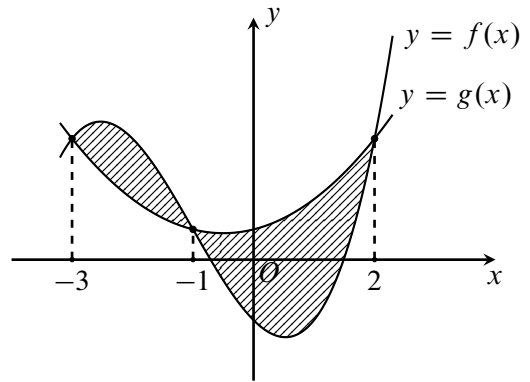
- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{37}{12}$.



Câu 325.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = d.x^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

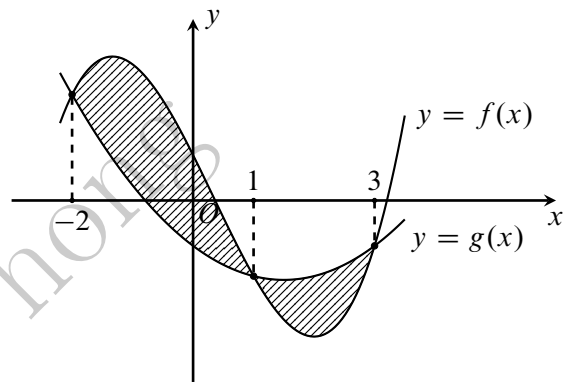
- A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{125}{48}$.



Câu 326.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = d.x^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{253}{48}$. B. $\frac{125}{24}$. C. $\frac{125}{48}$. D. $\frac{253}{24}$.



3.2.2 Thể tích của vật thể tròn xoay

Câu 327. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khi cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = 0$, $x = \pi$, $x = e$, quay quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V . Khi đó V được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi \int_{\pi}^e |f(x)| dx$. B. $V = \int_e^{\pi} |f(x)| dx$.
 C. $V = \int_e^{\pi} |f(x)| dx$. D. $V = \pi \int_{\pi}^e f^2(x) dx$.

Câu 328. Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x với $1 \leq x \leq 2$ cắt (T) theo thiết diện có diện tích bằng $6x^2$. Tính thể tích V của vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. $V = 28\pi$. B. $V = 28$. C. $V = 14$. D. $V = 14\pi$.

Câu 329. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$, $x = 1$, biết rằng cắt vật thể bởi một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là hình

vuông có cạnh bằng $x + 1$.

- A. $V = \frac{3\pi}{2}$. B. $V = \frac{3}{2}$. C. $V = \frac{7}{3}$. D. $V = \frac{7\pi}{3}$.
-
-

Câu 330. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ ($0 < x \leq 1$), trục hoành và đường thẳng $x = \frac{1}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \ln 2$. B. $V = \pi \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right)$. C. $V = \ln 2 - \frac{1}{2}$. D. $V = \pi \left(\ln 2 + \frac{1}{2} \right)$.
-
-

Câu 331. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\sin x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{5\pi}{9}$. C. $V = \frac{10\pi}{19}$. D. $V = \frac{6\pi}{13}$.
-
-

Câu 332. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và các đường $x = \pi$, $x = e$. Quay hình phẳng D quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích V . Khi đó V được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_e^\pi |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_e^\pi f^2(x) dx$.
- C. $V = \pi \int_e^\pi f^2(x) dx$. D. $V = \int_e^\pi |f(x)| dx$.
-
-

Câu 333. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2-x}$, $y = x$, $y = 0$ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi \int_0^1 (2-x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (2-x) dx$.
- C. $V = \pi \int_0^1 x dx + \pi \int_1^2 \sqrt{2-x} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x) dx$.
-
-

Câu 334. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x$, $x = 2$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = 1$. C. $V = \pi$. D. $V = \frac{10\pi}{3}$.
-
-

Câu 335. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx.$

B. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx.$

C. $V = 4\pi \int_0^3 (9-x^2) dx.$

D. $V = \pi \int_0^3 (2x\sqrt{9-x^2}) dx.$

Câu 336. Thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = a$ ($a > 1$) quay quanh trục Ox là

A. $V = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\pi.$ B. $V = 1 - \frac{1}{a}.$ C. $V = 1 + \frac{1}{a}.$ D. $V = \left(1 - \frac{1}{a}\right)\pi.$

Câu 337. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}$, $y = 0$, $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V = \frac{\pi(2e-1)}{2e}.$ B. $V = \frac{\pi(2e-3)}{2e}.$ C. $V = \frac{\pi(e-1)}{2e}.$ D. $V = \frac{\pi(e-3)}{2e}.$

Câu 338. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong (C): $y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d : y = x$. Thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành là

A. $V = \frac{81}{10}\pi.$ B. $V = \frac{81}{5}\pi.$ C. $V = \frac{108}{5}\pi.$ D. $V = \frac{108}{10}\pi.$

Câu 339. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = (\pi + 1)\pi.$ B. $V = \pi + 1.$ C. $V = (\pi + 2)\pi.$ D. $V = (2\pi - 1)\pi.$

Câu 340. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x với $1 \leq x \leq 3$ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $V = \frac{124}{3}.$ B. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi.$
 C. $V = 32 + 2\sqrt{15}.$ D. $V = \frac{124\pi}{3}.$

Câu 341. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung, trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $V = 4 - 2e.$ B. $V = (4 - 2e)\pi.$ C. $V = e^2 - 5.$ D. $V = (e^2 - 5)\pi.$

Câu 342. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x$, $x = 2$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = 1$. C. $V = \pi$. D. $V = \frac{10\pi}{3}$.
-
-

Câu 343. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9 - x^2}$.

- A. $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9 - x^2}) dx$. B. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9 - x^2} dx$.
- C. $V = 4\pi \int_0^3 (9 - x^2) dx$. D. $V = \pi \int_0^3 (2x\sqrt{9 - x^2}) dx$.
-
-

Câu 344. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{(x - 1)e^{x^2 - 2x}}$, $y = 0$, $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{\pi(2e - 1)}{2e}$. B. $V = \frac{\pi(2e - 3)}{2e}$. C. $V = \frac{\pi(e - 1)}{2e}$. D. $V = \frac{\pi(e - 3)}{2e}$.
-
-

Câu 345. Cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$, $x = 3$. Cắt vật thể đã cho bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x thỏa $1 \leq x \leq 3$ ta được thiết diện có diện tích bằng $3x^2 + 2x$. Tích thể tích của vật thể đã cho

- A. $V = 42\pi$. B. $V = 42$. C. $V = 34$. D. $V = 34\pi$.
-
-

Câu 346. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) thì được một phần tư hình tròn có bán kính $\sqrt{2}x^2$.

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = \frac{16}{5}\pi$. D. $V = 8\pi$.
-
-

Câu 347. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\sin x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{5\pi}{9}$. C. $V = \frac{10\pi}{19}$. D. $V = \frac{6\pi}{13}$.
-
-

Câu 348. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường (C) : $y = \frac{e^{\tan x}}{\cos x}$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \frac{\pi}{3}$. Thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành là

- A. $V = \frac{\pi}{2}(e^{2\sqrt{3}} - 1)$. B. $V = \frac{\pi}{2}(e^{2\sqrt{3}} + 1)$. C. $V = \frac{1}{2}(e^{2\sqrt{3}} - 1)$. D. $V = \pi(e^{2\sqrt{3}} - 1)$.

.....

Câu 349. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x$, $x = 2$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = 1$. C. $V = \pi$. D. $V = \frac{10\pi}{3}$.
-

3.2.3 Quãng đường, vận tốc, gia tốc

Câu 350. Một ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$. Tính quãng đường ô tô đó đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

- A. 486m. B. 342m. C. 252m. D. 558m.
-

Câu 351. Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu mét?

- A. $\frac{400}{3}m$. B. $\frac{4300}{3}m$. C. $\frac{1900}{3}m$. D. $\frac{2200}{3}m$.
-

Câu 352. Một ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$. Tính quãng đường ô tô đó đi được trong khoảng thời gian 5 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 211,42m. B. 210,42m. C. 212,41m. D. 218,34m.
-

Câu 353. Một ô tô đang chạy với tốc độ $10(m/s)$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với $v(t) = -5t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét.

- A. 8m. B. 10m. C. 5m. D. 20m.
-

Câu 354. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t(m/s)$. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35(m/s^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. 87,5 mét. B. 96,5 mét. C. 102,5 mét. D. 105 mét.
-

Câu 355. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t(m/s)$. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35(m/s^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân

- A. 87,5 mét. B. 96,5 mét. C. 102,5 mét. D. 105 mét.

Câu 356. Một xe mô tô đang chạy với vận tốc $20m/s$ thì người lái xe nhìn thấy một chướng ngại vật nên đạp phanh. Từ thời điểm đó, mô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 5t$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường mà mô tô đi được từ khi người lái xe đạp phanh đến lúc mô tô dừng lại là

- A. $20m$. B. $80m$. C. $60m$. D. $40m$.

Câu 357. Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu mét?

- A. $\frac{400}{3}m$. B. $\frac{4300}{3}m$. C. $\frac{1900}{3}m$. D. $\frac{2200}{3}m$.

Câu 358. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $22(m/s)$. B. $15(m/s)$. C. $20(m/s)$. D. $7(m/s)$.

Câu 359. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $20(m/s)$. B. $16(m/s)$. C. $13(m/s)$. D. $15(m/s)$.

Câu 360. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $15(m/s)$. B. $9(m/s)$. C. $42(m/s)$. D. $25(m/s)$.

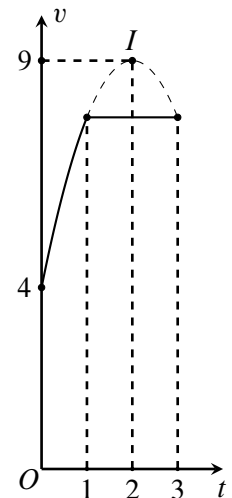
Câu 361. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $25(m/s)$. B. $36(m/s)$. C. $30(m/s)$. D. $21(m/s)$.

Câu 362.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

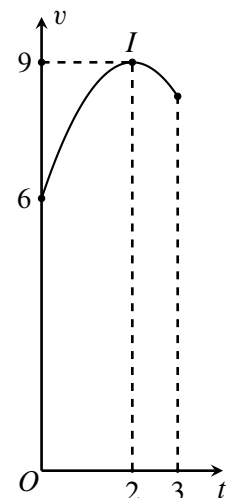
- A. $s = 23,25(km)$. B. $s = 21,58(km)$. C. $s = 15,50(km)$. D. $s = 13,83(km)$.



Câu 363.

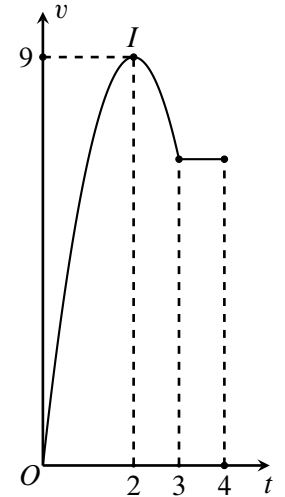
Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

- A. $s = 24,25(km)$. B. $s = 26,75(km)$. C. $s = 24,75(km)$. D. $s = 25,25(km)$.



Câu 364.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



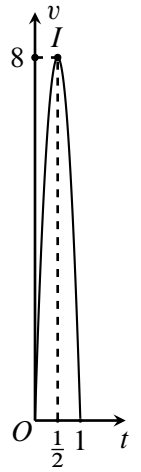
- A. $s = 26,5$ (km). B. $s = 28,5$ (km). C. $s = 27$ (km). D. $s = 24$ (km).

.....

.....

Câu 365.

Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. $s = 4,0$ (km). B. $s = 2,3$ (km). C. $s = 4,5$ (km). D. $s = 5,3$ (km).

.....

.....

Lê Tấn Phong - Nguyên hàm - Tích phân