

TÀI LIỆU ÔN THI THPT QUỐC GIA- NĂM 2020-2021

ThS. Lê Tấn Phong, Trường THPT Thực hành Sư phạm

Ngày 4 tháng 2 năm 2021

ThS. Lê Tấn Phong

Mục lục

3	PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN	2
3.1	LÝ THUYẾT	2
3.1.1	Hệ tọa độ Oxyz	2
3.1.2	Tọa độ của vectơ	3
3.1.3	Tọa độ của điểm	3
3.1.4	Tính vô hướng của hai vectơ	4
3.1.5	Tích có hướng của hai vectơ	4
3.1.6	PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	6
3.1.7	PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	7
3.1.8	PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	8
3.1.9	VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI	8
3.1.10	KHOẢNG CÁCH	12
3.2	BÀI TẬP	15
3.2.1	TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN	15
3.2.2	PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	21
3.2.3	PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	27

ThS. Lê Tân Phong

Chương 3

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

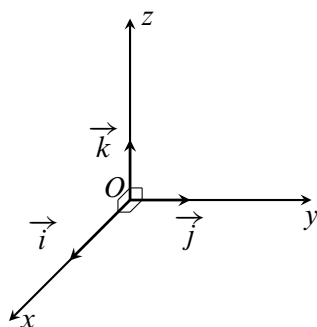
3.1 LÝ THUYẾT	2
3.1.1 Hệ tọa độ Oxyz	2
3.1.2 Tọa độ của vectơ	3
3.1.3 Tọa độ của điểm	3
3.1.4 Tính vô hướng của hai vectơ	4
3.1.5 Tích có hướng của hai vectơ	4
3.1.6 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	6
3.1.7 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	7
3.1.8 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	8
3.1.9 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI	8
3.1.10 KHOẢNG CÁCH	12
3.2 BÀI TẬP	15
3.2.1 TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN	15
3.2.2 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	21
3.2.3 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	27

3.1 LÝ THUYẾT

3.1.1 Hệ tọa độ Oxyz

Định nghĩa 1.1 (Hệ tọa độ Oxyz)

- Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là vectơ đơn vị của các trục.
- $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1; \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.



3.1.2 Tọa độ của vectơ

3.1.2.1 Định nghĩa

Định nghĩa 1.2 (Tọa độ của vectơ)

$$\vec{u} = (x; y; z) \iff \vec{u} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$$

3.1.2.2 Tính chất

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$; $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và $k \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề 1.1 (Tọa độ của vectơ tổng, hiệu, tích một số với một vectơ)

① $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.

② $k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.

③ $\vec{a} = \vec{b} \iff \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$.

④ \vec{a} và \vec{b} cùng phương $\iff \vec{a} = k.\vec{b} \iff \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

3.1.3 Tọa độ của điểm

3.1.3.1 Định nghĩa

Định nghĩa 1.3 (Tọa độ của điểm)

$$M(x; y; z) \iff \vec{OM} = (x; y; z)$$

3.1.3.2 Tính chất

Mệnh đề 1.2 (Tính chất)

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$.

① Tọa độ vectơ $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

② Tọa độ trung điểm M của đoạn AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

③ Tọa độ trọng tâm tam giác: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$

④ Tọa độ trọng tâm tứ diện: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$

⑤ Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số $k \neq 1$: $M \left(\frac{x_A - kx_B}{1 - k}; \frac{y_A - ky_B}{1 - k}; \frac{z_A - kz_B}{1 - k} \right)$

3.1.4 Tính vô hướng của hai véctơ

3.1.4.1 Định nghĩa tích vô hướng

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$.

3.1.4.2 Tính chất tích vô hướng

Mệnh đề 1.3 (Tính chất)

- ① $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.
- ② $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$.
- ③ $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 \implies (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$.
- ④ $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- ④ Góc giữa hai véctơ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$, với $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$.
 - Chú ý: $0^\circ \leq (\vec{a}; \vec{b}) \leq 180^\circ$.

3.1.5 Tích có hướng của hai véctơ

3.1.5.1 Định nghĩa

Định nghĩa 1.4 (Tích có hướng của hai véctơ)

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó tích có hướng của hai véctơ \vec{a}, \vec{b} là một véctơ \vec{c} vuông góc với cả \vec{a} và \vec{b} được xác định bởi

$$\vec{c} = [\vec{a}; \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$$

3.1.5.2 Tính chất

Mệnh đề 1.4 (Tính chất)

- ① $[\vec{a}; \vec{b}] \perp \vec{a}; [\vec{a}; \vec{b}] \perp \vec{b}$.
- ② \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\iff [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.
- ③ $||[\vec{a}; \vec{b}]|| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}; \vec{b})$.

3.1.5.3 Ứng dụng của tích có hướng

Ứng dụng của tích có hướng

① Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\iff [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.

② Diện tích hình bình hành $ABCD$:

$$S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$$

.

③ Diện tích tam giác ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$$

.

④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$$

.

⑤ Thể tích khối tứ diện $ABCD$:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$$

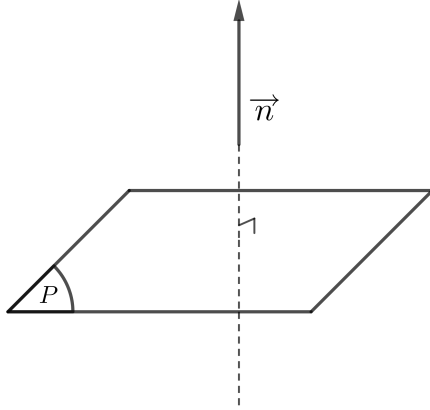
.

ThS. Lê Tấn Phong

3.1.6 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

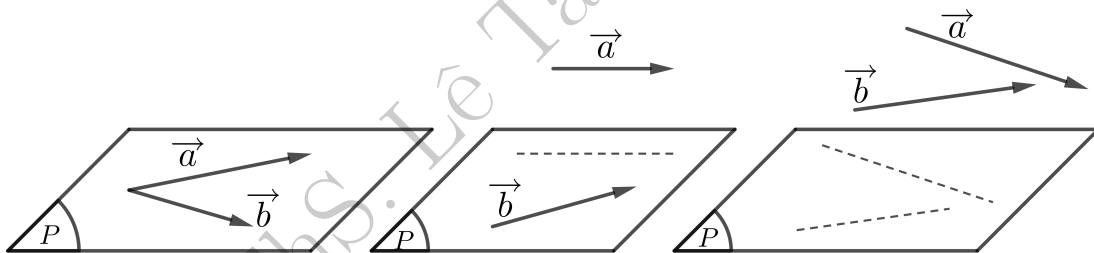
3.1.6.1 Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là **vectơ pháp tuyến** của mặt phẳng (P) nếu giá của \vec{n} **vuông góc** với (P) .
- Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:
 - Biết giá của \vec{n} vuông góc với (P) .



- Nếu có cặp vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, không cùng phương và giá của chúng thuộc mặt phẳng (P) hoặc song song với (P) , thì một vtpt của (P) là:

$$\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$$

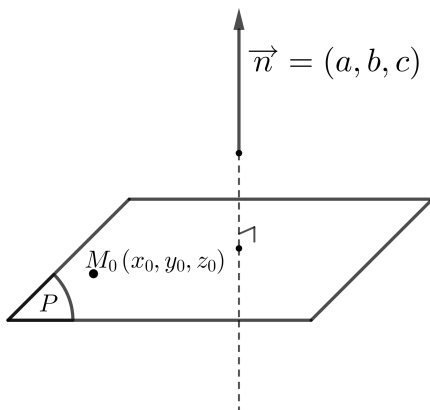


3.1.6.2 Phương trình của mặt phẳng

a) Phương trình của mặt phẳng

- Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(x_0, y_0, z_0)$ có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ có phương trình:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$



- Ngược lại mỗi phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$ với a, b, c không đồng thời bằng 0 là phương trình của một mặt phẳng có một VTPT là $\vec{n} = (a, b, c)$.

b) Các trường hợp đặc biệt

Trường hợp	PTMP	Đặc điểm
$d = 0$	$ax + by + cz = 0$	MP đi qua gốc tọa độ
$a = 0; b, c \neq 0$	$by + cz + d = 0$	$(P) // Ox$ hoặc $(P) \supset Ox$
$b = 0; a, c \neq 0$	$ax + cz + d = 0$	$(P) // Oy$ hoặc $(P) \supset Oy$
$c = 0; a, b \neq 0$	$ax + by + d = 0$	$(P) // Oz$ hoặc $(P) \supset Oz$
$a = 0, b = 0; c \neq 0$	$cz + d = 0$	$(P) // (Oxy)$ hoặc $(P) \equiv (Oxy)$
$b = 0, c = 0; a \neq 0$	$ax + d = 0$	$(P) // (Oyz)$ hoặc $(P) \equiv (Oyz)$
$a = 0, c = 0; b \neq 0$	$by + d = 0$	$(P) // (Oxz)$ hoặc $(P) \equiv (Oxz)$

c) Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ khác gốc tọa độ O có phương trình là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

3.1.6.3 Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Cho mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ và điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) được xác định bởi:

$$d(M; (P)) = \frac{|a.x_M + b.y_M + c.z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

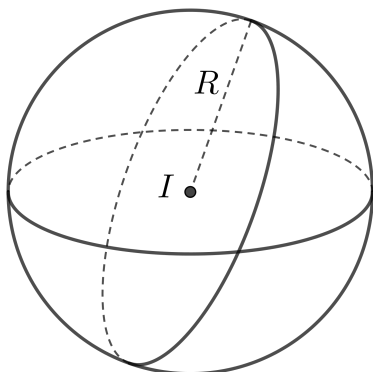
3.1.7 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

3.1.7.1 Phương trình mặt cầu

- Phương trình của mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R là:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

hay phương trình của mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

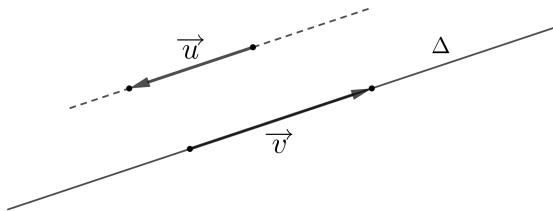


- Ngược lại mỗi phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu (S) có:
 - Tâm I (a; b; c).
 - Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

3.1.8 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

3.1.8.1 Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vtcp của đường thẳng Δ nếu giá của \vec{u} song song hoặc trùng với Δ .

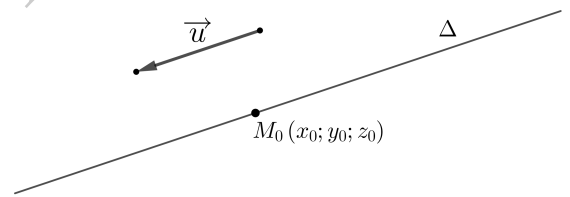


3.1.8.2 Phương trình tham số của đường thẳng

Phương trình tham số của đường thẳng

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vtcp $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ là:

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1.t \\ y = y_0 + u_2.t \\ z = z_0 + u_3.t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$



★ Chú ý:

Phương trình chính tắc của đường thẳng

Nếu $u_1, u_2, u_3 \neq 0$ thì phương trình

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} = \frac{z - z_0}{u_3}$$

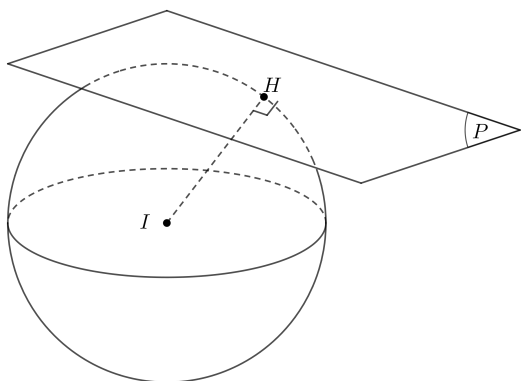
được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng.

3.1.9 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

3.1.9.1 Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

a) Mặt phẳng và mặt cầu tiếp xúc nhau

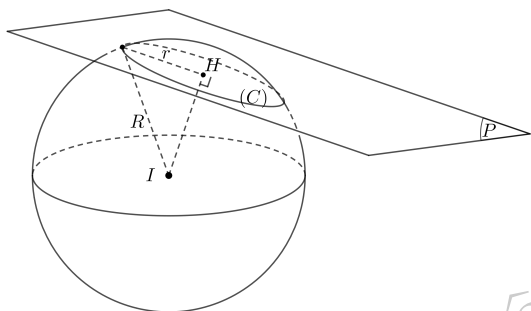
Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi $d(I; (P)) = R$. Khi đó mặt phẳng (P) được gọi là **tiếp diện** của mặt cầu.



b) Mặt phẳng cắt mặt cầu

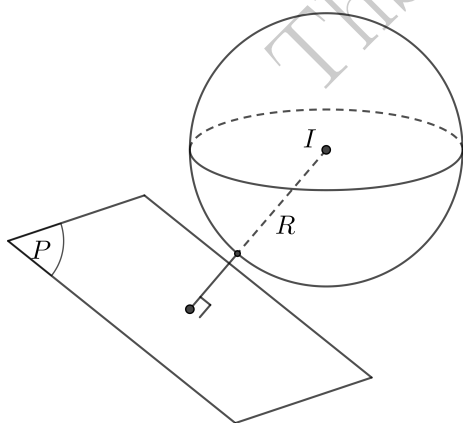
Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau khi và chỉ khi $d(I; (P)) < R$. Khi đó giao tuyến là một đường tròn (C) có tâm H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) và bán kính r của (C) được xác định bởi:

$$r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (P))}$$



c) Mặt phẳng và mặt cầu không có điểm chung

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung khi và chỉ khi $d(I; (P)) > R$.



3.1.9.2 Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ có VTPT $\vec{n}_P = (a; b; c)$, đi qua M_P và mặt phẳng $(Q) : a'x + b'y + c'z + d' = 0$ có VTPT $\vec{n}_Q = (a'; b'; c')$, đi qua M_Q .

Phương pháp tọa độ không gian

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

- $(P) // (Q) \iff \begin{cases} \vec{n}_P \text{ cùng phương } \vec{n}_Q \\ \text{điểm } M_P \notin (Q) \end{cases} \iff \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \neq \frac{d}{d'}$.
- $(P) \equiv (Q) \iff \begin{cases} \vec{n}_P \text{ cùng phương } \vec{n}_Q \\ \text{điểm } M_P \in (Q) \end{cases} \iff \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$.
- $(P) \text{ cắt } (Q) \iff \vec{n}_P \text{ không cùng phương } \vec{n}_Q$. Đặc biệt $(P) \perp (Q) \iff \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$.

3.1.9.3 Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng

- $d_1 : \begin{cases} x = x_1 + u_1.t \\ y = y_1 + u_2.t \\ z = z_1 + u_3.t \end{cases}$. có $M_1(x_1; y_1; z_1) \in d_1$ và VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$.
- $d_2 : \begin{cases} x = x_2 + v_1.t' \\ y = y_2 + v_2.t' \\ z = z_2 + v_3.t' \end{cases}$. có $M_2(x_2; y_2; z_2) \in d_2$ và VTCP $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$.

Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

i) Trường hợp 1: \vec{u} và \vec{v} cùng phương $\iff [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$.

- Nếu $M_1 \in d_2$ thì $d_1 \equiv d_2 \iff$ hệ $\begin{cases} x_1 + u_1.t = x_2 + v_1.t' \\ y_1 + u_2.t = y_2 + v_2.t' \\ z_1 + u_3.t = z_2 + v_3.t' \end{cases}$ có vô số nghiệm.

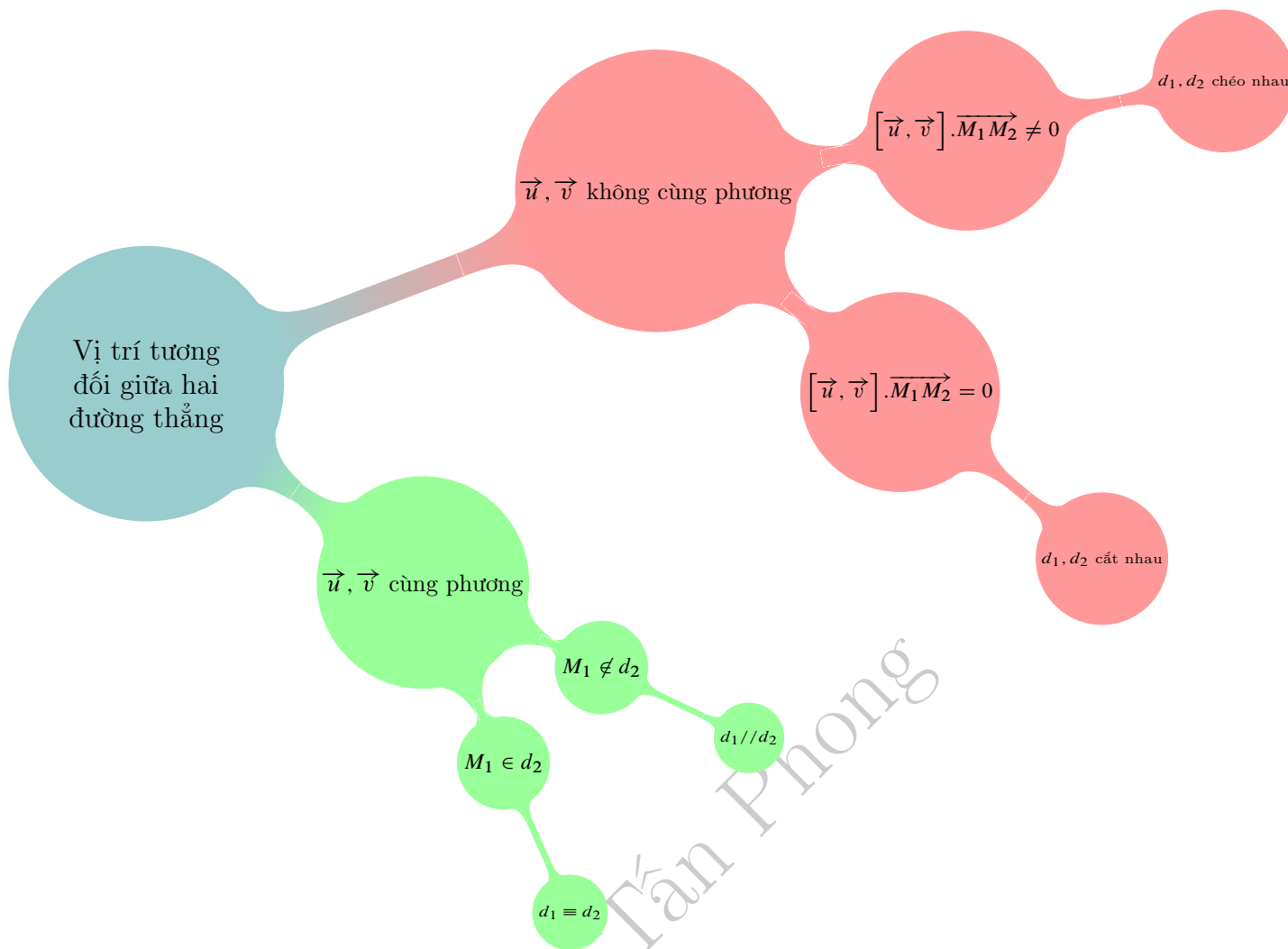
- Nếu $M_1 \notin d_2$ thì $d_1 // d_2 \iff$ hệ $\begin{cases} x_1 + u_1.t = x_2 + v_1.t' \\ y_1 + u_2.t = y_2 + v_2.t' \\ z_1 + u_3.t = z_2 + v_3.t' \end{cases}$ vô nghiệm và \vec{u} và \vec{v} cùng phương.

ii) Trường hợp 2: \vec{u} và \vec{v} không cùng phương $\iff [\vec{u}, \vec{v}] \neq \vec{0}$.

- Nếu $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0$ thì d_1, d_2 cắt nhau \iff hệ $\begin{cases} x_1 + u_1.t = x_2 + v_1.t' \\ y_1 + u_2.t = y_2 + v_2.t' \\ z_1 + u_3.t = z_2 + v_3.t' \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

- Nếu $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$ thì d_1, d_2 chéo nhau \iff hệ $\begin{cases} x_1 + u_1.t = x_2 + v_1.t' \\ y_1 + u_2.t = y_2 + v_2.t' \\ z_1 + u_3.t = z_2 + v_3.t' \end{cases}$ vô nghiệm và \vec{u} và \vec{v} không cùng phương.

Phương pháp tọa độ không gian



3.1.9.4 Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = x_0 + u_1.t \\ y = y_0 + u_2.t \\ z = z_0 + u_3.t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$. Để xét vị trí tương

đối của d và (P) ta xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = x_0 + u_1.t(1) \\ y = y_0 + u_2.t(2) \\ z = z_0 + u_3.t(3) \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} .$$
 Thế (1), (2), (3) vào phương trình của

mặt phẳng, được phương trình ẩn t .

- Nếu phương trình có nghiệm duy nhất thì d cắt $(P) \iff \vec{u}_d$ và \vec{n}_P không vuông góc nhau.
- Nếu phương trình có vô số nghiệm thì $d \subset (P) \iff \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \in d \implies M_0 \in (P) \end{cases} .$
- Nếu phương trình vô nghiệm thì $d // (P) \iff \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \in d \implies M_0 \notin (P) \end{cases} .$

3.1.10 KHOẢNG CÁCH

3.1.10.1 Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$ được xác định bởi:

$$d(M; (P)) = \frac{|a.x_M + b.y_M + c.z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) .
Cho hai mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d_1 = 0$ và $(Q) : a.x + b.y + c.z + d_2 = 0$.
Khi đó

$$d((P), (Q)) = d(M; (Q)) (\forall M \in (P)) = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

3.1.10.2 Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng

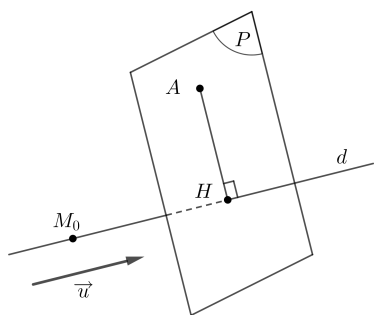
Cho điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = x_0 + u_1.t \\ y = y_0 + u_2.t \\ z = z_0 + u_3.t \end{cases}$

i) **Cách 1:** *Tìm hình chiếu vuông góc H của A trên d .*

- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d .
- Tìm giao điểm H của (P) và d .
- $d(A; d) = AH$.

ii) **Cách 2:** Sử dụng công thức

$$d(A; d) = \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{AM_0}]|}{|\vec{u}|}$$



3.1.10.3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

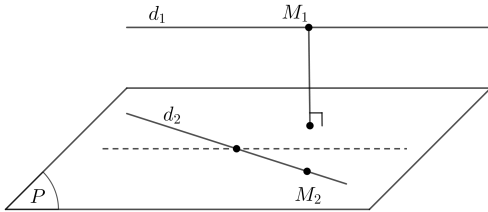
Cho hai đường thẳng:

- $d_1 : \begin{cases} x = x_1 + u_1.t \\ y = y_1 + u_2.t \\ z = z_1 + u_3.t \end{cases}$ có $M_1(x_1; y_1; z_1) \in d_1$ và VTCP là $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$

- $d_2 : \begin{cases} x = x_2 + v_1.t' \\ y = y_2 + v_2.t' \\ z = z_2 + v_3.t' \end{cases}$ có $M_2(x_2; y_2; z_2) \in d_2$ và VTCP là $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$

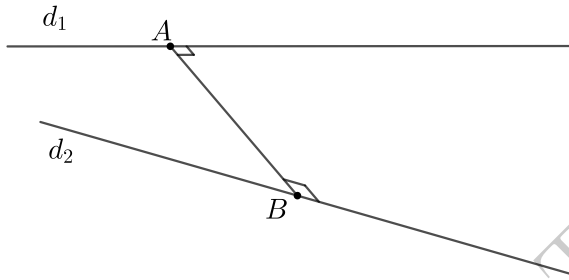
i) **Cách 1:** Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d_2 và song song với d_1 . Khi đó

$$d(d_1; d_2) = d(M_1; (P))$$



ii) **Cách 2:** Tìm đoạn vuông góc chung AB .

$$d(d_1; d_2) = AB, \text{ với } A \in d_1, B \in d_2 \text{ và } \begin{cases} \vec{AB} \perp \vec{u} \\ \vec{AB} \perp \vec{v} \end{cases} \iff \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{v} = 0 \end{cases}.$$



iii) **Cách 3:** Sử dụng công thức

$$d(d_1; d_2) = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{M_1M_2}|}{|[\vec{u}, \vec{v}]|}$$

3.1.10.4 Các công thức tính góc

Gọi:

- \vec{n}_P, \vec{n}_Q lần lượt là vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (P) và (Q) .
- \vec{u} là vectơ chỉ phương của đường thẳng d .
- \vec{u}_1, \vec{u}_2 lần lượt là các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 .

Khi đó:

i) **Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)**

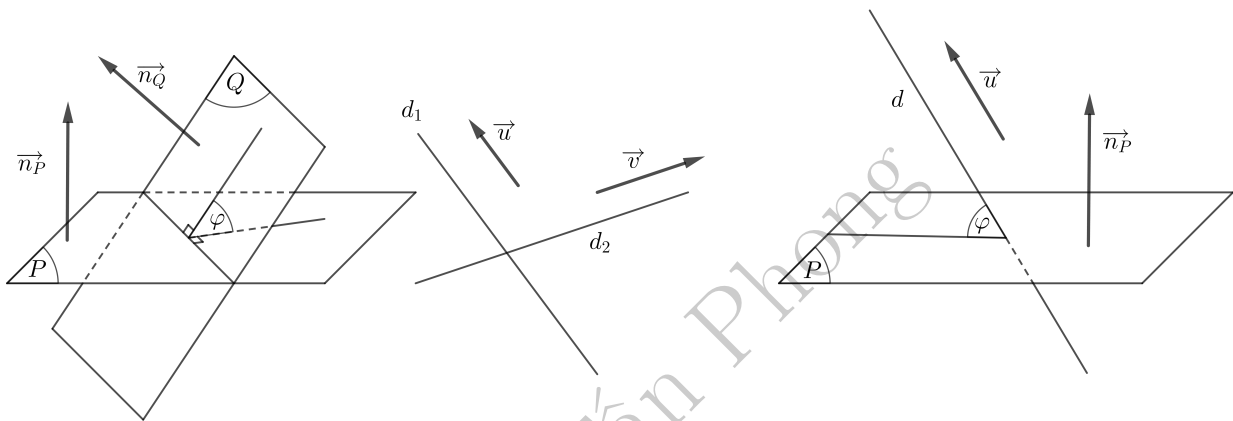
$$\cos \varphi = \cos((\widehat{P}), (\widehat{Q})) = \left| \cos(\vec{n}_P, \vec{n}_Q) \right| = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|}$$

ii) Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2

$$\cos(\widehat{d_1, d_2}) = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$

iii) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

$$\sin \varphi = \sin(\widehat{d, (P)}) = \left| \cos(\vec{n}_P, \vec{u}) \right| = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}|}$$



Phương pháp tọa độ không gian

ThS. Lê Tấn Phong

3.2 BÀI TẬP

3.2.1 TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u} = -6.\vec{i} + 8.\vec{j} + 4.\vec{k}$.

- (A) $\vec{u} = (3; 4; 2)$.
 (B) $\vec{u} = (-3; 4; 2)$.
 (C) $\vec{u} = (6; 8; 4)$.
 (D) $\vec{u} = (-6; 8; 4)$.
-
-
-

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-5; 6; 1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- (A) $(-2; 2; 4)$.
 (B) $(-3; 4; -3)$.
 (C) $(-3; 2; 4)$.
 (D) $(-2; -4; 4)$.
-
-
-

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; -3); B(4; 2; -4); C(6; -7; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- (A) $G(3; -1; -2)$.
 (B) $G(-3; 1; 2)$.
 (C) $G(3; 1; -2)$.
 (D) $G(6; -7; 1)$.
-
-
-

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; -2)$ và $\vec{b} = (-1; 4; 8)$.

- (A) $\frac{-25}{27}$.
 (B) $\frac{25}{27}$.
 (C) $\frac{-8}{9}$.
 (D) $\frac{8}{9}$.
-
-
-

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2)$ và $\vec{b} = (1; 2; -1)$.

- (A) $\frac{-\sqrt{6}}{9}$.
 (B) $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$.
 (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.
 (D) $\frac{\sqrt{6}}{9}$.
-
-
-

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; -2)$ và $\vec{b} = (1; -1; 0)$.

- (A) 135° .
 (B) 45° .
 (C) 150° .
 (D) 30° .
-
-
-

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; -3)$ và $\vec{b} = (-4; 1; 5)$.

- (A) 135° .
 (B) 45° .
 (C) 150° .
 (D) 30° .

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}; \vec{b})$.

- Ⓐ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{2}{25}$. Ⓑ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-2}{25}$. Ⓒ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-2}{5}$. Ⓓ $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; m)$ và

$\vec{b} = (1; m; 1)$, với m là tham số thực. Số giá trị của tham số m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 135° là

- Ⓐ 4. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (4; m; m)$ và

$\vec{b} = (1; -1; 0)$, với m là tham số thực. Số giá trị của tham số m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 60° là

- Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$ và $A'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C' .

- Ⓐ $C'(1; 1; 1)$. Ⓑ $C'(1; 1; -1)$. Ⓒ $C'(-1; 1; 1)$. Ⓓ $C'(1; 1; 0)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- Ⓐ $(-1; -2; 5)$. Ⓑ $(0; 2; 0)$. Ⓒ $(1; 0; -5)$. Ⓓ $(-1; 0; 5)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy có tọa độ là

- Ⓐ $(0; 2; 0)$. Ⓑ $(0; -2; 0)$. Ⓒ $(3; 0; 4)$. Ⓓ $(3; 2; 4)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ \vec{AB} có tọa độ là

- (A) $(3; 1; 1)$.
 (B) $(1; 1; 3)$.
 (C) $(3; 3; -1)$.
 (D) $(-1; -1; -3)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- (A) $(2; 1; 0)$.
 (B) $(0; 0; -1)$.
 (C) $(2; 0; 0)$.
 (D) $(0; 1; 0)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(7; -10; 24)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Oy bằng

- (A) 25.
 (B) 10.
 (C) 7.
 (D) 24.

Câu 17. Chọn hệ trục tọa độ sao cho 4 đỉnh A, B, D, A' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'$ là $A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), D(0; 1; 0), A'(0; 0; 1)$. Tọa độ điểm C' là

- (A) $C'(1; 0; 1)$.
 (B) $C'(0; 1; 1)$.
 (C) $C'(1; 1; 0)$.
 (D) $C'(1; 1; 1)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ của điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

- (A) $B(-1; 2; 3)$.
 (B) $B(1; -2; -3)$.
 (C) $B(1; -2; 0)$.
 (D) $B(0; 0; 3)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 1; 2)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- (A) $(3; -2; -1)$.
 (B) $(3; -1; 2)$.
 (C) $(-3; -1; 2)$.
 (D) $(3; 1; -2)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 3), N(0; 2; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

- (A) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
 (B) $\left(-\frac{1}{2}; 2; 1\right)$.
 (C) $(1; 0; -4)$.
 (D) $(-1; 4; 2)$.

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -4; 5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- Ⓐ $(0; -4; 5)$. Ⓑ $(0; 4; -5)$. Ⓒ $(-3; -4; 5)$. Ⓓ $(-3; 4; -5)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 5; 3)$ trên trục Oy có tọa độ là

- Ⓐ $(-1; 0; 3)$. Ⓑ $(0; 5; 0)$. Ⓒ $(0; -5; 0)$. Ⓓ $(1; 5; -3)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- Ⓐ $N(0; 2; 3)$. Ⓑ $M(1; 0; 3)$. Ⓒ $P(1; 2; 0)$. Ⓓ $Q(-1; -2; -3)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; 5)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) .

- Ⓐ $N(-3; 0; 5)$. Ⓑ $N(-3; -2; 5)$. Ⓒ $N(-3; -2; -5)$. Ⓓ $N(3; 0; -5)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{b} , biết \vec{b} ngược hướng với \vec{a} và $|\vec{b}| = 2 \cdot |\vec{a}|$.

- Ⓐ $\vec{b} = (-2; -2; 3)$. Ⓑ $\vec{b} = (-2; 4; -6)$. Ⓒ $\vec{b} = (2; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{b} = (2; -4; 6)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$.

- Ⓐ $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}$. Ⓑ $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{39}$. Ⓒ $|\vec{u} + \vec{v}| = 7$. Ⓓ $|\vec{u} + \vec{v}| = 5$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$; $\vec{c} = (3; 2; -1)$. Tọa độ của vectơ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$ là $(x; y; z)$. Tính tổng $S = x + y + z$.

- Ⓐ $S = 8$. Ⓑ $S = 3$. Ⓒ $S = 5$. Ⓓ $S = 7$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} bằng 45° .

- Ⓐ $m = 2 \pm \sqrt{6}$. Ⓑ $m = 2 + \sqrt{6}$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 2 - \sqrt{6}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

- Ⓐ $\frac{3}{13}$. Ⓑ $\frac{5}{6}$. Ⓒ $\frac{-5}{6}$. Ⓓ $\frac{-3}{13}$.

Câu 30. Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 4)$ và $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với \vec{a} . Biết \vec{b} tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Khi đó tính tổng $S = x_0 + y_0 + z_0$.

- Ⓐ $S = 3$. Ⓑ $S = -3$. Ⓒ $S = 6$. Ⓓ $S = -6$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(2; 1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ là

- Ⓐ $(3; 2; -3)$. Ⓑ $(3; -2; 3)$. Ⓒ $(3; -2; -3)$. Ⓓ $(3; 2; 3)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$. Điểm M nằm trên trục Ox thỏa mãn tam giác ABM cân tại M có tọa độ

- Ⓐ $(1; 0; 0)$. Ⓑ $(-1; 0; 0)$. Ⓒ $(\frac{3}{4}; 0; 0)$. Ⓓ $(-\frac{3}{4}; 0; 0)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là

- Ⓐ $\sqrt{30}$. Ⓑ $\sqrt{29}$. Ⓒ $3\sqrt{3}$. Ⓓ $2\sqrt{7}$.

Câu 34. Cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- (A) $m = -6$. (B) $m = 0$. (C) $m = -4$. (D) $m = 2$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 5)$, $B(-1; 5; 5)$. Tìm điểm $C \in Oz$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất?

- (A) $C(0; 0; 6)$. (B) $C(0; 0; 5)$. (C) $C(0; 0; 4)$. (D) $C(0; 0; 2)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Tọa độ tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I(a; b; c)$. Tính $S = a + b + c$.

- (A) $S = 2$. (B) $S = -2$. (C) $S = \frac{4}{3}$. (D) $S = 4$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}|$ nhỏ nhất.

- (A) $M(1; -3; 0)$. (B) $M(1; 3; 0)$. (C) $M(3; 1; 0)$. (D) $M(2; 6; 0)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; -1)$, $B(1; 1; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB}|$ ngắn nhất?

- (A) $M(-2; -3; 0)$. (B) $M(2; -3; 0)$. (C) $M(-2; 3; 0)$. (D) $M(2; 3; 0)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-3; 4; 1)$, $C(5; 7; 8)$. Tìm điểm M trên trục Oy sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $M(0; 3; 0)$. (B) $M(0; -3; 0)$. (C) $M(0; 9; 0)$. (D) $M(0; -9; 0)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết điểm $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Khi đó $a + 2b - 3c$ bằng

- (A) 1. (B) -1. (C) 0. (D) 2.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(3; 6; -5)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất (với a, b, c là các số nguyên). Khi đó $a + b + c$ bằng

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 2.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-3; 1; 0)$, $C(1; -5; 2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) thỏa mãn $|2\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất (với a, b, c là các số nguyên). Khi đó $a + b + c$ bằng

- (A) 1. (B) -5. (C) -1. (D) 2.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(4; 1; 1)$, $C(1; 1; 5)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- (A) $I(-2; -1; 2)$. (B) $I(2; -1; 2)$. (C) $I(2; 1; 2)$. (D) $I(1; 2; 2)$.

3.2.2 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính mặt cầu đã cho bằng

- (A) $\sqrt{7}$. (B) 9. (C) 3. (D) $\sqrt{15}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 8y + 24z - 1 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (Oxz) là

- (A) 4. (B) 13. (C) 8. (D) 5.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z - 16 = 0$ có bán kính bằng

- (A) $\sqrt{52}$. (B) 16. (C) 25. (D) 5.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ có tâm $I(a; b; c)$. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng

- Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 0. Ⓓ -2.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + 2m^2 + 4m = 0$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu là

- Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(6; -8; 4)$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với trục Oz là

- Ⓐ $(x - 6)^2 + (y + 8)^2 + (z - 4)^2 = 100.$ Ⓑ $(x - 6)^2 + (y + 8)^2 + (z - 4)^2 = 10.$
 Ⓒ $(x + 6)^2 + (y - 8)^2 + (z + 4)^2 = 100.$ Ⓓ $(x - 6)^2 + (y + 8)^2 + (z - 4)^2 = 16.$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai điểm $M(2; 1; 7), N(-4; 5; -3)$. Phương trình của mặt cầu đường kính MN là

- Ⓐ $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 38.$ Ⓑ $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 2)^2 = 152.$
 Ⓒ $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 56.$ Ⓓ $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 38.$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2; 4; 8)$. Tọa độ tâm của mặt cầu là

- Ⓐ $(1; 2; 3).$ Ⓑ $\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}\right).$ Ⓒ $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right).$ Ⓓ $(3; 6; 12).$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + m^2 + 3m = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu.

- Ⓐ $\forall m \in \mathbb{R}.$ Ⓑ $m > \frac{5}{3}.$ Ⓒ $m \neq \frac{5}{3}.$ Ⓓ $m < \frac{5}{3}.$

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z + m = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

- Ⓐ $m \in \{4; 16\}$. Ⓑ $m \in \{1; 4\}$. Ⓒ $m \in \{3; 6\}$. Ⓓ $m \in \{1; 3\}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z - 2 = 0$.

- Ⓐ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. Ⓑ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 Ⓒ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. Ⓓ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -3; 4)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là

- Ⓐ $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 5$. Ⓑ $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 25$.
 Ⓒ $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 = 25$. Ⓓ $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 4)^2 = 4$.

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m + 1)x + 4my - 6z + 13 = 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (1; 2019]$ để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

- Ⓐ 2017. Ⓑ 2020. Ⓒ 2019. Ⓓ 2018.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện có bán kính bằng

- Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\frac{3}{4}$. Ⓒ $\sqrt{2}$. Ⓓ $\sqrt{3}$.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện có tâm là điểm

- Ⓐ $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 1; -2)$ và đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ là

- (A) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9.$
 (B) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3.$
 (C) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 3.$
 (D) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9.$
-
-
-

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(6; 0; 0)$, $B(0; 12; 0)$ và $C(0; 0; 18)$. Phương trình của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 12y - 18z = 0.$
 (B) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 12y + 18z = 0.$
 (C) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 12z = 0.$
 (D) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 12y - 36z = 0.$
-
-
-

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-6; 0; 0)$, $B(0; 12; 0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất đi qua ba điểm O, A, B có tâm I là

- (A) $I(-3; 0; 0).$
 (B) $I(0; 6; 0).$
 (C) $I(-3; 4; 0).$
 (D) $I(-2; 4; 0).$
-
-
-

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3; -2; 4)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với trục Ox .

- (A) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 9.$
 (B) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 2\sqrt{5}.$
 (C) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 20.$
 (D) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 20.$
-
-
-

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; -2)$, $B(4; 0; 0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất, đi qua O, A, B có tâm là

- (A) $I(0; 0; -1).$
 (B) $I(2; 0; 0).$
 (C) $I(2; 0; -1).$
 (D) $I\left(\frac{4}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right).$
-
-
-

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của (P) là

- (A) $x + y + z - 6 = 0.$
 (B) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0.$
 (C) $3x + 2y + z - 14 = 0.$
 (D) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$
-
-
-

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5; 8; -11)$, $B(3; 5; -4)$, $C(2; 1; -6)$ và mặt cầu $(S) : (x - 4)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là điểm trên (S) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = x_M + y_M$.

- Ⓐ $P = 4$. Ⓑ $P = 0$. Ⓒ $P = -2$. Ⓓ $P = 2$.

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

- Ⓐ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 56$. Ⓑ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.
 Ⓒ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$. Ⓓ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 12 = 0$.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, mặt phẳng $(P) : 2x + y + z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ thỏa mãn đi qua điểm A , tiếp xúc với (P) và có bán kính nhỏ nhất. Tính $a + b + c$.

- Ⓐ 2. Ⓑ -2. Ⓒ $\frac{3}{2}$. Ⓓ $-\frac{3}{2}$.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$ và điểm $M(3; -1; 1)$. Từ điểm M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S) , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

- Ⓐ $r = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Ⓑ $r = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. Ⓒ $r = \frac{2\sqrt{5}}{9}$. Ⓓ $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 16$, hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; 1; 0)$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 2 = 0$ qua hai điểm A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- Ⓐ $T = \frac{4}{3}$. Ⓑ $T = -\frac{4}{3}$. Ⓒ $T = \frac{8}{3}$. Ⓓ $T = -\frac{8}{3}$.

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 36$ và mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z - 14 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{11}$. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

- Ⓐ $2x - 2y - z + 16 = 0$.
 Ⓑ $2x - 2y - z + 16 = 0$ và $-2x + 2y + z + 14 = 0$.
 Ⓒ $-2x + 2y + z + 14 = 0$.

(D) $-2x + 2y + z + 16 = 0$.

.....

.....

.....

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 5 là

- (A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$. (B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$.
 (C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 34$. (D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$.
-
-
-

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z + 14 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là

- (A) 8π . (B) 4π . (C) $4\sqrt{3}\pi$. (D) 2π .
-
-
-

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$, đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A và B . Biết tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc. Tính độ dài AB .

- (A) $AB = \frac{5}{2}$. (B) $AB = 5$. (C) $AB = 5\sqrt{2}$. (D) $AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
-
-
-

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- (A) $6x + 6y + 11 = 0$. (B) $3x + 4y + 2 = 0$. (C) $3x + 4y - 2 = 0$. (D) $6x + 8y - 11 = 0$.
-
-
-

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc mặt cầu (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- (A) 72. (B) 216. (C) 108. (D) 36.
-
-
-

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 1 = 0$. Một mặt cầu (S) thay đổi luôn đi qua A và tiếp xúc với (P) . Tính diện tích nhỏ nhất của mặt cầu (S) .

- (A) 3π . (B) $2\sqrt{2}\pi$. (C) 4π . (D) π .

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0; 0; 1)$, $B(m; 0; 0)$, $C(0; n; 0)$ và $D(1; 1; 1)$ với $m > 0, n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó.

- (A) $R = 1$.
 (B) $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 (C) $R = \frac{3}{2}$.
 (D) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$. Có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz ?

- (A) 8.
 (B) 4.
 (C) 3.
 (D) 1.

3.2.3 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- (A) $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$.
 (B) $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.
 (C) $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$.
 (D) $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -1; 3)$.
 (B) $\vec{n}_2 = (0; 1; -1)$.
 (C) $\vec{n}_3 = (1; -1; 0)$.
 (D) $\vec{n}_4 = (0; 1; 1)$.

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

- (A) $\vec{n}_3 = (6; 4; -3)$.
 (B) $\vec{n}_1 = (2; 3; -4)$.
 (C) $\vec{n}_2 = (6; 4; 3)$.
 (D) $\vec{n}_4 = (2; 3; 4)$.

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

- (A) $d = \frac{4}{3}$.
 (B) $d = \frac{7}{3}$.
 (C) $d = \frac{10}{3}$.
 (D) $d = -\frac{4}{3}$.

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Oz ?

- (A) $x - y + 1 = 0$.
 (B) $z - 3 = 0$.
 (C) $x + y - z = 0$.
 (D) $2x - y = 0$.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(a; b; c)$ và song song với mặt phẳng $(Q) : x + y + z = 0$ là

- (A) $ax + by + cz = a^2 + b^2 + c^2$.
 (B) $x + y + z + a + b + c = 0$.
 (C) $x + y + z = a + b + c$.
 (D) $x + y + z + abc = 0$.

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1; 2; 3)$ và chứa trục Ox là

- (A) $3y - 2z = 0$.
 (B) $3x + z = 0$.
 (C) $2x + y = 0$.
 (D) $y - z + 1 = 0$.

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + z - 3 = 0$ và điểm $M(2; -1; 5)$. Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với (P) là

- (A) $2x - 3y + z - 12 = 0$.
 (B) $2x + 3y - z + 4 = 0$.
 (C) $2x - 3y + z + 12 = 0$.
 (D) $2x - 3y - z - 2 = 0$.

Câu 87. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C là

- (A) $6x - 4y + 3z - 12 = 0$.
 (B) $6x - 4y + 3z + 12 = 0$.
 (C) $6x - 4y + 3z - 1 = 0$.
 (D) $6x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) chứa AB và song song với trục Ox là

- (A) $2y + 3z - 7 = 0$.
 (B) $y - 2z = 0$.
 (C) $3x - 2y + 14 = 0$.
 (D) $x + y + 3z - 2 = 0$.

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- (A) $(Q) : 2x + 2y - z + 10 = 0$. (B) $(Q) : 2x + 2y - z + 4 = 0$.
 (C) $(Q) : 2x + 2y - z + 8 = 0$. (D) $(Q) : 2x + 2y - z - 8 = 0$.

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(2; 4; 6)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là

- (A) $\frac{24}{7}$. (B) $\frac{16}{7}$. (C) $\frac{8}{7}$. (D) $\frac{12}{7}$.

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng đi qua điểm M cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- (A) $x + y + z - 8 = 0$. (B) $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.
 (C) $x + 2y + 5z - 30 = 0$. (D) $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình của mặt phẳng (MNP) là

- (A) $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. (B) $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.
 (C) $x - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. (D) $6x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q) : x - 3y + 5z - 2 = 0$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- (A) $\frac{\sqrt{35}}{7}$. (B) $\frac{-5}{7}$. (C) $\frac{-\sqrt{35}}{7}$. (D) $\frac{5}{7}$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; 5)$. Mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ O một khoảng cách lớn nhất có phương trình là

- (A) $x + 3y + 5z - 35 = 0$. (B) $x + 3y + 5z - 32 = 0$.
 (C) $x + 3y + 5z + 32 = 0$. (D) $x + 3y + 5z + 32 = 0$.

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4; -3; 2)$. Mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho M là trọng tâm có phương trình là

- (A) $4x - 3y + 2z - 3 = 0.$
 (B) $4x - 3y + 2z + 21 = 0.$
 (C) $4x - 3y + 2z - 21 = 0.$
 (D) $4x - 3y + 2z + 3 = 0.$

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; 5), B(1; 6; -3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- (A) $x + y - 2z + 11 = 0.$
 (B) $7x + 3y + 5z - 10 = 0.$
 (C) $x + y - 2z - 1 = 0.$
 (D) $x + y - 2z - 13 = 0.$

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 3; 1)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 có phương trình là

- (A) $3x + 2y + 6z - 6 = 0.$
 (B) $3x + 2y + 6z + 6 = 0.$
 (C) $3x - 2y - 6z - 6 = 0.$
 (D) $3x - 2y - 6z + 6 = 0.$

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 8z - 7 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z + 20 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với (S) là

- (A) $x - 2y - 2z - 10 = 0.$
 (B) $x - 2y - 2z + 20 = 0$ và $x - 2y - 2z - 10 = 0.$
 (C) $x - 2y - 2z + 1 = 0.$
 (D) $-x + 2y + 2z - 25 = 0$ và $x - 2y - 2z - 1 = 0.$

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oz và đi qua điểm $M(-1; 1; -1)$ có phương trình là

- (A) $y - z = 0.$
 (B) $x - z = 0.$
 (C) $x + y = 0.$
 (D) $y + z = 0.$

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- (A) $x - 3z = 0.$
 (B) $3x + z + 2 = 0.$
 (C) $3x + z = 0.$
 (D) $3x - z = 0.$

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P) : 4x + 18y + 9z - 36 = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Tính thể tích V của khối chóp $OABC$.

- A $V = 72.$
 B $V = 36.$
 C $V = 12.$
 D $V = 18.$
-
-
-

Câu 102. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 4), B(3; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 2x - y + 3z - 5 = 0$ là

- A $6x - 9y - 7z + 7 = 0.$
 B $6x - 9y - 7z - 7 = 0.$
 C $6x + 9y - 7z - 29 = 0.$
 D $6x + 9y - 7z + 29 = 0.$
-
-
-

Câu 103. Điểm M trên trục Oy cách đều hai mặt phẳng $(P) : x + y - z + 1 = 0$ và $(Q) : x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là

- A $(0; -3; 0).$
 B $(0; 3; 0).$
 C $(0; 0; 0).$
 D $(0; 2; 0).$
-
-
-

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A $3\sqrt{3}.$
 B $9.$
 C $\frac{5\sqrt{3}}{2}.$
 D $2\sqrt{3}.$
-
-
-

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 95 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(4; -2; 5)$ có phương trình là

- A $6x - 3y + 8z - 70 = 0.$
 B $6x - 3y + 8z + 70 = 0.$
 C $2x - y + 2z - 20 = 0.$
 D $2x - y + 2z + 20 = 0.$
-
-
-

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, trong đó b, c là các số hữu tỉ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\frac{1}{3}$. Giá trị $b + c$ bằng

- A $2.$
 B $10.$
 C $1.$
 D $5.$
-
-
-

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 4x - 3y - m = 0$ và mặt cầu $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (S) có đúng một điểm chung.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$ hoặc $m = -21$.
 (C) $m = 1$ hoặc $m = 21$. (D) $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Câu 108. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : 2x - y + 3z - 5 = 0$ là

- (A) $6x - 9y - 7z + 7 = 0$. (B) $6x - 9y - 7z - 7 = 0$.
 (C) $6x + 9y - 7z - 29 = 0$. (D) $6x + 9y - 7z + 29 = 0$.

Câu 109. Điểm M trên trục Oy cách đều hai mặt phẳng $(P) : x + y - z + 1 = 0$ và $(Q) : x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là

- (A) $(0; -3; 0)$. (B) $(0; 3; 0)$. (C) $(0; 0; 0)$. (D) $(0; 2; 0)$.

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

- (A) $x + 2y + z - 14 = 0$. (B) $x + 2y + 3z - 11 = 0$.
 (C) $x + y + 3z - 12 = 0$. (D) $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + m + 3 = 0$ với m là tham số. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π . Tính tổng giá trị của tất cả các phần tử của T .

- (A) 4. (B) 24. (C) -20. (D) -16.

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; -1; 2)$, $C(1; 4; -1)$. Trong tất cả các mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C hãy tìm tọa độ tâm I của mặt cầu có bán kính nhỏ nhất.

- (A) $I\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{2}{3}\right)$. (B) $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. (C) $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$. (D) $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Phương pháp tọa độ không gian

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm $G(2; 4; 8)$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- (A) $I(3; 6; 12)$.
 (B) $I(3; 6; 0)$.
 (C) $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.
 (D) $I\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 2)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Tính bán kính r của đường tròn (C) .

- (A) $r = 1$.
 (B) $r = \sqrt{5}$.
 (C) $r = 3$.
 (D) $r = 2$.

Câu 115. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S) : (x - 5)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 9$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với (S) có phương trình

- (A) $2x + 2y - z - 21 = 0$.
 (B) $2x + 2y - z - 21 = 0$ và $2x + 2y - z - 3 = 0$.
 (C) $2x + 2y - z + 15 = 0$.
 (D) $2x + 2y - z - 3\sqrt{33} - 12 = 0$.

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z - 6 = 0$ và hai điểm $A(3; -1; 4), B(2; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

- (A) $2y + z - 2 = 0$.
 (B) $x + 2y + z - 2 = 0$.
 (C) $2y + z = 0$.
 (D) $-2x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 2)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Tính bán kính r của đường tròn (C) .

- (A) $r = 1$.
 (B) $r = \sqrt{5}$.
 (C) $r = 3$.
 (D) $r = 2$.

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1), B(2; 1; -2), C(0; 0; 1)$. Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC thì giá trị của $x + y + z$ là kết quả nào dưới đây?

- (A) 1.
 (B) -1.
 (C) 0.
 (D) -2.

Câu 119. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(4; 5; -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4y + 5z + 6 = 0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$, biết rằng các số a, b khác 0 thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P) : a.x + b.y = 0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a = -b$. (B) $a = 2b$. (C) $b = 2a$. (D) $a = b$.

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

- (A) $m = -6$. (B) $m = 6$. (C) $m = 0$. (D) $m = 12$.

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha) : 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S) , song song với (α) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương.

- (A) $4x + 3y - 12z - 78 = 0$. (B) $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
 (C) $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. (D) $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Câu 123. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Phương trình của mặt phẳng (ABC) là

- (A) $6x - 3y - 2z + 12 = 0$. (B) $6x - 3y + 2z - 12 = 0$.
 (C) $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. (D) $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12z + 41 = 0$. Từ điểm $M(2; -1; 3)$ kẻ ba tiếp tuyến phân biệt MA, MB, MC đến mặt cầu (A, B, C là tiếp điểm). Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- (A) -12 . (B) -14 . (C) -13 . (D) -11 .

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (P) .

- Ⓐ $\vec{n} = (1; -1; 1)$. Ⓑ $\vec{n} = (1; 1; -1)$. Ⓒ $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Ⓓ $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 5)$, $B(0; 4; -3)$, $C(2; -3; 7)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = x_0 + y_0 + z_0$.

- Ⓐ $S = -3$. Ⓑ $S = 0$. Ⓒ $S = 3$. Ⓓ $S = 6$.

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y + 2z + 18 = 0$, M di chuyển trên mặt phẳng (P) ; N là điểm trên tia OM sao cho $\vec{OM} \cdot \vec{ON} = 24$. Tính giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (P) .

- Ⓐ $\min d(N; (P)) = 0$. Ⓑ $\min d(N; (P)) = 6$. Ⓒ $\min d(N; (P)) = 4$. Ⓓ $\min d(N; (P)) = 2$.

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(3; 1; 0)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 1; 0)$ đến mặt phẳng (P) là

- Ⓐ $\frac{2}{\sqrt{10}}$. Ⓑ $\frac{6}{\sqrt{10}}$. Ⓒ $\frac{3}{\sqrt{10}}$. Ⓓ $\frac{5}{\sqrt{10}}$.

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại M . Giá trị của biểu thức $\frac{MA}{MB}$ bằng

- Ⓐ $\frac{5}{21}$. Ⓑ 1 . Ⓒ $\frac{1}{3}$. Ⓓ $\frac{11}{4}$.

Câu 136. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- Ⓐ $T = 8$. Ⓑ $T = 14$. Ⓒ $T = 6$. Ⓓ $T = 11$.

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) có phương trình $(m^2 + m + 1)x + 2(m^2 - 1)y + 2(m + 2)z + m^2 + m + 1 = 0$ luôn chứa đường thẳng Δ cố định khi m thay đổi. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ .

- Ⓐ $d(O; \Delta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Ⓑ $d(O; \Delta) = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Ⓒ $d(O; \Delta) = \frac{1}{2}$. Ⓓ $d(O; \Delta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng đi qua điểm $N(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

- Ⓐ $x + 2y + 3z - 6 = 0$. Ⓑ $x + y + z - 6 = 0$. Ⓒ $3x + 2y + z - 6 = 0$. Ⓓ $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$.

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 8.

Câu 140. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(1; -1; 3), C(1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P) : 3x - 3y + 2z - 15 = 0$. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = x_M - y_M + 3z_M$.

- Ⓐ $T = 6$. Ⓑ $T = 3$. Ⓒ $T = 5$. Ⓓ $T = 4$.

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho \overline{MN} cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- Ⓐ $MN = 3$. Ⓑ $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. Ⓒ $MN = 3\sqrt{2}$. Ⓓ $MN = 14$.

Câu 142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(3; 5; -1), B(0; -1; 8), C(-1; -7; 3), D(0; 1; 2)$ và điểm $M(1; 1; 5)$. Gọi $(P) : x + ay + bz + c = 0$ là mặt phẳng đi qua các điểm D, M sao cho (P) chia tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính $S = a + b + c$.

- Ⓐ $S = \frac{1}{3}$. Ⓑ $S = \frac{4}{3}$. Ⓒ $S = \frac{7}{2}$. Ⓓ $S = 0$.

Câu 149. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác O sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

- (A) $6x + 4y + 3z - 36 = 0.$ (B) $6x + 4y + 3z + 36 = 0.$
 (C) $6x + 9y + 12z - 87 = 0.$ (D) $2x + 3y + 4z - 29 = 0.$

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (P) .

- (A) $\vec{n} = (1; -1; 1).$ (B) $\vec{n} = (1; 1; -1).$ (C) $\vec{n} = (2; -1; 1).$ (D) $\vec{n} = (2; 1; -1).$

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

- (A) $2x + y - 3z + 3 = 0.$ (B) $x + 2y - z - 1 = 0.$ (C) $3x + 2y - z + 1 = 0.$ (D) $2x - y - 3z + 3 = 0.$

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 0), B(1; 4; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 2 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Q) ?

- (A) $x + 3y + 5z - 8 = 0.$ (B) $x - y - 3z + 4 = 0.$ (C) $x + y + z - 2 = 0.$ (D) $x - y + z + 4 = 0.$

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 4)$, đường thẳng $d : \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d có phương trình là

- (A) $7x + 5y + 3z - 4 = 0.$ (B) $5x + 5y + 3z - 2 = 0.$
 (C) $3x + y - z - 4 = 0.$ (D) $7x + 5y - 3z - 4 = 0.$

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; -1), B(1; -1; 1)$ và $C(-2; -5; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và cách điểm C một khoảng lớn nhất. Biết rằng $\vec{n} = (a; b; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) . Tính $S = a^2 - b^2$.

- (A) $S = -4.$ (B) $S = 4.$ (C) $S = 1.$ (D) $S = -1.$

.....

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và $A(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết điểm B là một điểm thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

- Ⓐ $x - y + 2z = 0$. Ⓑ $x - y - 2z = 0$. Ⓒ $x - y - z = 0$. Ⓓ $2 - y + z = 0$.
-

Câu 156. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 4)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 100$. Phương trình mặt cầu qua hai điểm A, B và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất là

- Ⓐ $y - z + 1 = 0$. Ⓑ $x - z + 2 = 0$. Ⓒ $x + y - 2z + 3 = 0$. Ⓓ $x - 2y + z = 0$.
-

Câu 157. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $(P) : ax + by + cz - 3 = 0$, (với a, b, c là các số nguyên) là phương trình của mặt phẳng đi qua $M(0; -1; 2)$ và $N(-1; 1; 3)$ sao cho khoảng cách từ $H(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất ($H \notin (P)$). Tính $T = a - 2b + 3c + 12$.

- Ⓐ $T = -12$. Ⓑ $T = -16$. Ⓒ $T = 12$. Ⓓ $T = 16$.
-

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

- Ⓐ $2x + 2y + z - 1 = 0$. Ⓑ $2x + 2y + z - 3 = 0$. Ⓒ $2x + 2y + z + 1 = 0$. Ⓓ $2x + 2y + z - 5 = 0$.
-

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -7; 2)$ và $N(5; 1; 4)$. Mặt phẳng (α) đi qua N và cách điểm M một khoảng lớn nhất có phương trình là $ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + d$.

- Ⓐ -11 . Ⓑ 7 . Ⓒ -12 . Ⓓ 14 .
-

